

Le Moyen Age Chrétien

Premières infiltrations :

Du VI^e au X^e siècle, récession économique, désordres politiques et multiples invasions ne favorisent aucune cohérence culturelle nécessaire à l'activité intellectuelle.

La première personnalité à modifier cette situation est **Gerbert d'Aurillac**, futur Pape Sylvestre II. Il voyage en Espagne et y fréquente les écoles Arabes. Il introduit en France la numérotation Indo-Arabe.



Progressivement, on se mettra à faire les opérations comme les Arabes.

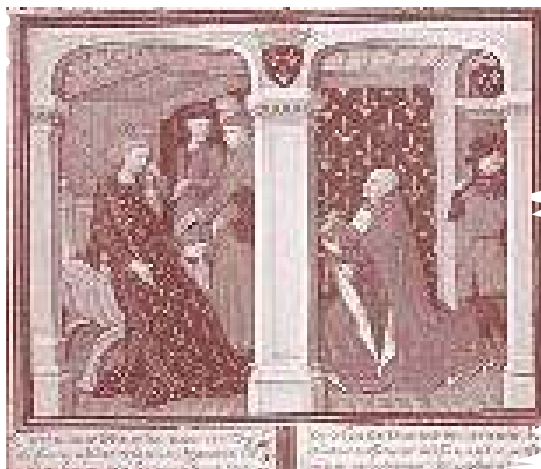
L'abacisme fait place à l'algorithme

A cette période, l'Italie du Sud, proche de la Sicile arabe, jouit d'une situation privilégiée pour l'infiltration des sciences arabes en Occident.

Les traductions :

A partir du XII^e siècle, les européens commencent à franchir la barrière linguistique et accèdent peu à peu à la culture scientifique Arabe.

Les deux principales voies sont la Sicile et l'Espagne.



Un des premiers grands traducteur est **Adélarde de Bath** qui voyage à Jérusalem, Damas, Bagdad, y apprend la langue Arabe et commence à traduire Al Khwarizmi, Euclide, Ptolémée.

A **Tolède**, une véritable école de traduction est créée. La ville, dominée par les Arabes pendant des siècles, vient de passer aux mains des chrétiens.

Le latin s'impose en tant que langue scientifique mais les traductions nécessitent souvent de nombreux intermédiaires :

Arabe \Rightarrow Hébreu \Rightarrow Langue vulgaire \Rightarrow Latin

Le traducteur le plus fécond est **Gérard de Crémone** à qui l'on doit de rassembler, classer, attribuer, traduire et enfin copier, plus de 80 ouvrages fondamentaux : (Les Eléments d'Euclide révisés par Thabit ibn Qurra, Archimède, Aristote, Al Khwarizmi...)

Début d'une Ere créatrice :

Au XIII^e siècle commence une ère moins passive et d'avantage tournée vers la création scientifique.

Le plus grand mathématicien de tout le Moyen-Age est **Léonard de Pise** dit **Fibonacci**.



Fils d'un commerçant Toscan, il est initié à la langue et l'arithmétique arabe au cours d'un voyage en Algérie. Il voyage ensuite en Egypte, en Syrie, en Grèce, en Sicile et se constitue une solide connaissance des mathématiques Grecques et Arabes.

A son retour en Italie, vers 1200, il compose le **Liber Abaci**, véritable Encyclopédie des mathématiques antiques qui va initier tous les savants Italiens du XIII^e siècle et permettre les progrès de l'algèbre dans l'Italie de la renaissance.

Il traite dans cet ouvrage d'applications financières et commerciales, le menant à des résolutions d'équations du second degré, à des calculs par radicaux. On y trouve les 10 symboles indo-arabes de numération dont le 0 (Sifr), qui d'une part donnera naissance au mot chiffre et d'autre part à la dérivation : Zephyrum, Zephiro, Zéro.)

le XIII^e siècle est l'Age d'or de la **Scholastique** : Méthode de spéculation théologique et philosophique caractérisée par des formes pédagogiques : Commentaires, questions disputées.

Il s'agit en fait de discours et commentaires, très dogmatiques et sclérosés, c'est-à-dire très éloigné de l'originalité et de l'esprit de découverte, liés à l'esprit scientifique.

La scholastique est enseignée dans les toutes récentes Universités (Paris, Oxford, Montpellier, Rome, Vienne...).

Les ordres monastiques y sont dominants, et on y étudie les saintes écritures mais aussi Aristote qui imprègne profondément la pensée Chrétienne : Logique, Physique, Astronomie.

Au XIV^e siècle, la Guerre de Cent Ans, la Grande Peste, contribuent à un retour au mysticisme et aux superstitions. Cependant quelques pensées originales émergent et les critiques contre le classicisme scolastique se font plus nettes.

La renaissance Italienne :

Les navires vénitiens sillonnent les mers et entretiennent un commerce actif avec les ports du Moyen-Orient.

L'Italie, de par sa situation géographique, sera la tête de pont vers l'Orient et jouera le premier rôle dans la «Renaissance» de la culture occidentale.

Après la chute de l'Empire Romain d'Orient et l'afflux des savants byzantins en Occident, on dispose des versions grecques des textes anciens. Cela impulse un réexamen et une étude critique des traités grecs et de leurs traductions.

En Allemagne et en Italie, les réformateurs de la science prêchent l'observation de la nature et réclament des faits expérimentaux.

Léonard de Vinci (1452-1519) fait de l'observation le mode privilégié de connaissance et cherche à exprimer les lois de la nature sous forme de relations quantitatives. Il prône une approche empirique par goût du concret et de l'application immédiate.

XVI^e siècle : La diffusion des idées neuves :

La diffusion des idées est lente. Les universités, conservatrices, détiennent le monopole de l'enseignement et restent fidèles aux doctrines aristotéliennes et scholastiques.

Le savant du XVI^e siècle est un homme seul, la communauté scientifique inexistante.

L'invention de l'imprimerie en 1434 par **Gutenberg** n'accélère guère la diffusion des connaissances car le livre est cher et qu'il s'intéresse peu dans un premier temps aux ouvrages scientifiques. Il faut attendre 1482 pour que soit imprimé le premier livre de mathématiques : **les Eléments d'Euclide**, en latin, ce qui ne le mettra donc pas à la portée de tous, (C'est pourquoi Galilée et Descartes par exemple auront le souci d'écrire en langue vulgaire).

A cette époque l'école la plus active est encore l'Ecole Italienne. Les princes sont favorables à la constitution de grandes bibliothèques (Médicis à Florence, le Pape à Rome).

Elle s'attaque en particulier au problème, laissé inachevé par Omar Khayyam, de la résolution par radicaux des équations de degrés 3 et 4. Ce problème sera résolu par **Tartaglia** et **Cardan** après des rebondissements spectaculaires alimentés par le goût du défi et du secret qui règne à l'époque



XVII^e : La mathématisation des sciences

Le XVII^e siècle voit aboutir le long processus de maturation des sciences antiques et les mathématiques connaissent alors un développement rapide. C'est au cours de ce siècle que renaîtront :

L'algèbre (Fermat, Descartes)

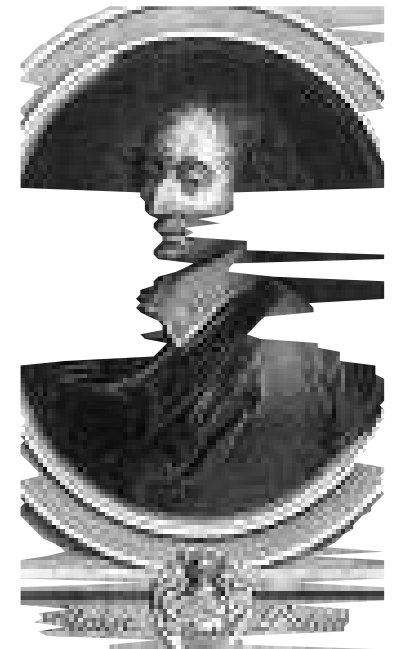
La théorie des nombres (Fermat, Pascal, Mersenne)

et seront créés :

Le calcul des probabilités (Pascal, Fermat)

La géométrie analytique (Descartes, Newton, Napier)

Le calcul infinitésimal (Newton, Leibniz, Rolle, de l'Hospital)



Ce siècle voit également se développer des algorithmes de calcul puissants (Le logarithme de Napier en 1614) et les premiers calculateurs mécaniques : Pascaline (1642), machine de Leibniz (1694)

Les mathématiques s'appliquent progressivement aux diverses branches de la physique, ce qui va complètement bouleverser la nature de l'activité scientifique.

Galilée pense que le monde agit en accord avec des lois mathématiques simples, et met au point une méthode expérimentale pour parvenir à les déterminer et l'applique brillamment à l'étude des mouvements. Les mathématiques se mettent au service du mouvement pour donner naissance à la mécanique.

Descartes conçoit le monde comme une incarnation de la géométrie. Il est également convaincu que les forces et le mouvement obéissent à des lois mathématiques invariables. Il pense que le monde dans son intégralité peut être «mathématisé».



Les savants sont des amateurs : **Pierre de Fermat**, après des études de droit, est conseillé au parlement de Toulouse, et «à ses heures perdues», lit et

annote les oeuvres de Diophante, échange du courrier avec Mersenne et Pascal...

Bien que ce soit le mathématicien le plus fécond de son siècle, il n'a jamais rien publié et ses travaux ne nous sont parvenus que par l'intermédiaire de notes et de correspondances.



C'est le cas du «grand» théorème de Fermat. Dans la marge du livre de Bachet de Meziriac traduisant les oeuvres de Diophante, il note :

«Diviser un cube en deux cubes, une puissance 4 en deux puissances 4 ou une puissance quelconque plus grande que 3 en deux puissances de même dénomination, est impossible. J'ai découvert une démonstration merveilleuse, mais je n'ai pas la place de la mettre dans cette marge.»

Il faudra attendre 1993 et le mathématicien anglais Andrew Wiles pour tenir enfin une démonstration de ce théorème. Il est très probable que la démonstration de Fermat était fausse ou incomplète.

L'activité scientifique se répand dans toute l'Europe : Italie, France, Allemagne, Angleterre et le désir de communiquer entre savants se matérialise par la création des Académies des sciences.

Les gouvernements se substituent aux grands mécènes et créent des concours, offrant des prix prestigieux aux lauréats.

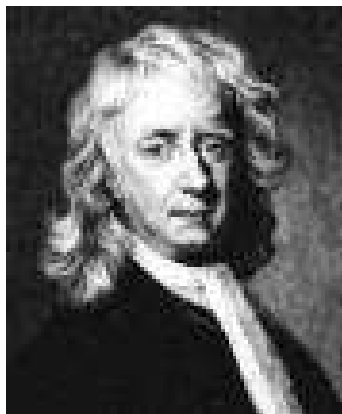
Les académies jouent un rôle considérable dans la vie scientifique du siècle des lumières. Elles entretiennent un climat d'émulation favorable à la recherche scientifique.

Les souverains essaieront souvent de rehausser leur éclat en attirant les plus grands savants dans leur académie.

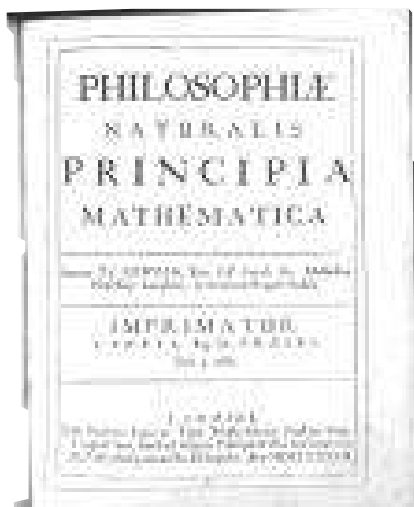
- 1603 Rome Academia dei Lincei
- 1662 Londres Royal Society
- 1666 Paris Académie des Sciences
Mersenne rassemble dans l'Academia Parisiensis les plus prestigieux savants français. Cette assemblée sera reprise officiellement par Colbert lors de la fondation de l'Académie des sciences.
- 1700 Fondation de l'Académie de Berlin par Leibniz
- 1724 Création par le Tsar Pierre le Grand de l'Académie de Saint Petersbourg

Naissance de l'Analyse : Newton et Leibniz

Depuis le début du XVIII^e siècle, les méthodes infinitésimales ayant proliféré, la nécessité de les rassembler et de les ordonner s'est imposée. Cet effort fut l'oeuvre d'Isaac **Newton**, savant anglais et de Gottfried **Leibniz**, philosophe, mathématicien et homme politique allemand.



La conception de Newton, plus physique, est liée à l'étude du mouvement et en particulier à la notion de vitesse instantanée. Il utilise des quantités infiniment petites, des accroissements infinitésimaux ou des quantités «engendrées par une augmentation continue, à la manière de l'espace que décrit un corps en mouvement».



«J'appellerai fluentes ces quantités que je considère comme augmentées graduellement et les représenterai par les dernières lettres de l'alphabet. Je représenterai par les dernières lettres surmontées d'un point les vitesses dont les fluentes sont augmentées par le mouvement qui les produit...»

Il définit alors des méthodes de calcul de tangentes (dérivée), d'aires (intégration), introduit la notion de limite et utilise les séries infinies.

Cependant sa méthode, tributaire de quantités infiniment petites et sans considérations de convergences reste insuffisante pour mettre le calcul différentiel sur des bases rigoureuses.

L'apport de Leibniz :

Désireux d'éliminer la nature physique des infiniment petits, il les considère comme de simples auxiliaires de calcul (comme Descartes fait des nombres imaginaires en algèbre).



Ce qui fait la force de l'apport de Leibniz, c'est la simplicité de ses algorithmes, ses notations élégantes et son formalisme opératoire qui permettent d'effectuer quasi automatiquement les calculs, masquant la nature des objets.

Il introduit les notations dx et dy , le symbole \int (une stylisation du S de Summa) pour les calculs de quadrature.

Il identifie que le problème des tangentes est inverse de celui des quadratures et indique les algorithmes de calcul de $d(x+y)$, $d(xy)$, $d(x/y)$, $d(x^n)$

Le XVIII^e siècle mathématique

Le début du XVIII^e siècle est marqué par l'opposition entre l'école anglaise de Newton et les écoles continentales fidèles à Leibniz.

Les mathématiciens anglais refusent le calcul infinitésimal sous la forme algorithmique Leibnizienne et resteront à l'écart des progrès réalisés sur le continent.

Dans la première moitié du siècle, des savants aussi brillants que de Moivre, Taylor, Stirling, maintiennent la recherche anglaise à un niveau élevé, mais l'école anglaise s'essoufflera et restera dans l'isolement jusqu'aux développements de l'algèbre linéaire au XIX^e siècle.

Sur le continent c'est l'essor de l'analyse. Les chercheurs complètent, coordonnent et appliquent les résultats du calcul infinitésimal du siècle précédent.

Plus que jamais, les mathématiciens cherchent leur inspiration dans les problèmes physiques.

La résolution des problèmes de mécanique aboutit à la création d'outils analytiques nouveaux :

Equations différentielles, Séries numériques, Séries de Fourier, Transformées de Laplace

Leonhard Euler est la figure clé du XVIII^e siècle.

Mathématicien Suisse, doué d'une force de travail inépuisable et d'une mémoire inouïe, il a appliqué sa puissance inventive dans tous les domaines des mathématiques de l'époque et rédigé 75 volumes d'une clarté et d'une pédagogie rares.



Académicien à Saint Petersburg et à Berlin, il entretient une correspondance suivie avec les principaux savants d'Europe et saisit chaque indication pour la prolonger en de vastes théories. Esprit de synthèse, il rassemble, ordonne, tous les résultats connus du calcul infinitésimal dans des exposés globaux qui seront la référence en analyse pendant plus d'un siècle.

L'Ecole Française :

La communauté scientifique française du XVIII^e siècle est impressionnante :

d'Alembert,



Cauchy,



Legendre,...



Mais aussi

Bézout, Laplace, Monge, Vandermonde, Chasles,

Considérée comme un facteur de progrès social, la science a été largement diffusée, notamment dans l'Encyclopédie de Diderot et d'Alembert, où d'Alembert explique les principales notions mathématiques et les rend accessibles au plus grand nombre.

L'Académie des sciences produit une élite restreinte mais prestigieuse qui domine la production mathématique de l'époque. Elle s'illustre par la publication de traités classiques (notamment en mécanique)

L'effet de la **révolution** dans l'évolution des sciences se manifeste surtout dans le domaine de l'**enseignement** :

Réforme de l'enseignement secondaire dans un but plus démocratique

1794 Création de l'Ecole Normale de l'an III par Lagrange, Laplace et Monge

1794 Création de l'Ecole Polytechnique où les plus grands savants vont enseigner (Fourier, Cauchy, Ampère...)
Les cours sont systématiquement publiés (Cours d'Analyse de Cauchy 1821)

1808 Création de l'Ecole Normale Supérieure et de la Faculté des Sciences.

Le XIX^e siècle : Retour aux fondements

Les savants du XVIII^e siècle étaient des professionnels, membres d'Académies ou enseignants, mais les conditions d'un réel professionnalisme se trouveront renforcées au XIX^e.

La démocratisation de l'enseignement supérieur permet à des classes sociales plus étendues d'accéder aux mathématiques

Le nombre de chaires d'enseignement, de chercheurs, de publications se voit considérablement augmenté.

L'Ecole Allemande surclasse la production mathématique en terme de nombre de chercheurs et de publications. Les principaux centres de recherche en mathématiques restent l'Allemagne, la France et l'Angleterre, mais s'y ajoute rapidement l'Italie, la Russie, les Etats Unis, la Norvège ...

En Allemagne, **Gauss** est considéré comme le Prince des Mathématiciens. Il s'est imposé par son génie et la profondeur de ses contributions. Mais il a peu publié durant sa vie et a travaillé seul. La qualité et l'étendue de ses découvertes ont été révélées par l'étude de ses notes et de ses correspondances.



Le XIX^e est le siècle des grandes Ecoles mais aussi des journaux et revues scientifiques qui assurent une diffusion fiable et rapide des nouveaux résultats.

Les premières sociétés mathématiques nationales sont créées et publient leurs propres bulletins :

London Mathematical Society
American Mathematical Society (AMS)
Société Mathématique de France

Le XIX^e siècle se caractérise surtout par le foisonnement de toutes les théories, dont l'essor se démarque nettement des problèmes mécaniques ou physiques.

L'obligation d'enseignement faite aux mathématiciens est une des sources de l'effort de rigueur dans les notations et d'élucidation des **fondements des mathématiques**.

L'analyse connaît un élargissement considérable de son domaine avec l'introduction de la variable complexe.

La géométrie est réactivée et radicalement bouleversée par la construction des géométries non euclidiennes.



L'algèbre explose littéralement après que Gauss, Abel et Galois ont bouclé 2000 ans de débat sur la résolution des équations algébriques par radicaux :

Avec la création de la Théorie des groupes, anneaux, corps et de l'algèbre linéaire, elle envahit toutes les branches des mathématiques en réalisant entre elles des synthèses profondes.

Avec l'algèbre linéaire, l'école anglaise retrouve une place de choix.

Les mathématiciens du XIX^e siècle constituent une transition entre les encyclopédistes du siècle précédent et l'étroite spécialisation contemporaine.



du Mais dans les dernières décennies, **Poincaré et Hilbert** témoignent même génie universel qu'on pensait révolu après Euler et Gauss, et influenceront profondément les recherches de notre siècle.



En 1900 Hilbert, faisant preuve d'une extraordinaire intuition, présente devant un congrès une liste de 23 problèmes qui lui paraissent d'importance, et le fait est que la plupart de ces problèmes devaient marquer la recherche mathématique du XX^e siècle.