

DEVOIR SURVEILLE DE SIGNAUX ET SYSTEMES

durée : 1 heure 30

DOCUMENTS ET CALCULATRICES AUTORISES

*Les exercices sont strictement indépendants
et peuvent être rédigés dans n'importe quel ordre.*

EXERCICE 1.

L'animation des TD de "signaux et systèmes" m'a donné une fièvre telle que j'éprouve le besoin de mesurer ma température. Pour ce faire, je vais utiliser un bon vieux thermomètre à mercure que je vais immerger en un endroit que l'honnêteté et la décence m'interdisent de préciser davantage (il faudra penser à inscrire cet exercice dans les annales...)

*Nous pouvons considérer le système "thermomètre" comme un **système du premier ordre** dont le **signal d'entrée est la température du milieu** dans lequel il se trouve et dont le **signal de sortie est l'indication en millimètres** de mercure.*

- 1.1. *On constate que les indications 36° et 40° sont espacées de 4 cm.
Quelle **grandeur caractéristique** de ce système peut-on en déduire et quelle en est la **valeur** ?*
- 1.2. *Ne reculant devant aucun risque, j'immerge le thermomètre très brutalement de façon à pouvoir négliger la durée de la transition.
A quel **type de signal d'entrée** a-t-on affaire ?*
- 1.3. *La température ambiante est de 20°C. Moyennant une posture assez acrobatique me permettant de lire l'indication du thermomètre pendant toute la durée de la mesure, j'ai fait les observations suivantes :
- au bout d'une minute d'immersion, le thermomètre indique 39°C
- en prolongeant l'expérience, l'indication finit par se stabiliser à 40°C.
Quelle **grandeur caractéristique** du système peut-on en déduire et quelle en est la **valeur** ?*
- 1.4. *Si j'étais amené à renouveler l'expérience dans les mêmes conditions (même température ambiante et même fièvre), au bout de **combien de temps** pourrais-je interrompre la mesure si une précision de 0,2°C me suffisait ?*

(Ce qui suit n'a rien à voir avec le DS et ne sert qu'à amuser les amateurs de contrepèterie : " Philippe Desodt fait observer que l'exercice 1 est tout de son crû "...)

EXERCICE 2.

Soit un système dont la transmittance est la suivante :

$$T(p) = \frac{\tau_1 p \cdot (1 + \tau_2 p)}{(1 + \tau_1 p + \tau_1 \tau_2 p^2)} \text{ avec } \tau_1 = 1 \text{ s et } \tau_2 = 100 \text{ s}$$

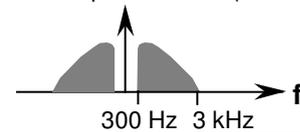
- 2.1. Exprimer la **pulsation propre** du terme du deuxième ordre ?
- 2.2. Donner le **diagramme asymptotique** du **lieu de Bode** de ce système.
- 2.3. Calculer le **coefficient d'amortissement** du terme du deuxième ordre.
- 2.4. En déduire l'allure du **tracé réel** du lieu de Bode concernant l'**amplitude**.

EXERCICE 3.

Pour optimiser l'utilisation des câbles sous-marins (exemple : liaison Europe - Etats Unis), on fait passer dans chaque conducteur un certain nombre de conversations téléphoniques. Différents procédés sont possibles, nous étudierons ici la technique dite du "**multiplexage fréquentiel**".

On considère un nombre N de conversations ayant toutes le même type de spectre compris entre 300 Hz et 3 kHz (voir spectre ci-contre). " u_k " désigne le signal correspondant à la $k^{\text{ème}}$ conversation.

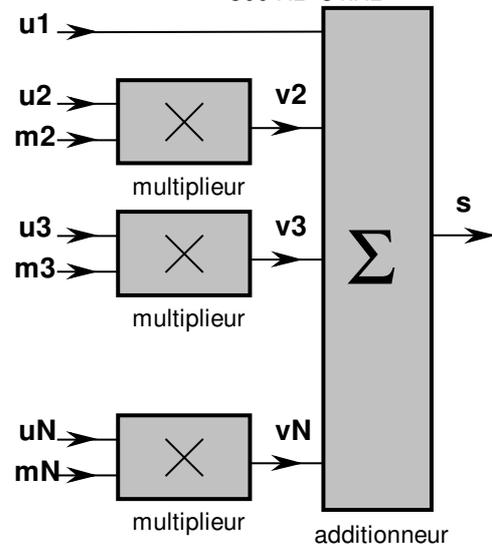
spectre d'amplitude de u_k (k de 1 à N)



Le multiplexage fréquentiel est réalisé au moyen de multiplieurs et d'un additionneur (voir schéma ci-contre).

Les différents signaux " m_k " sont des **sinusoïdes pures**.

- la sinusoïde " m_1 " est à 10 kHz,
- la sinusoïde " m_2 " est à 20 kHz
- et de façon générale, **la sinusoïde " m_k " est à $k \cdot 10$ kHz.**



3.1. Donner l'allure du spectre de " v_2 " (produit de " u_2 " par " m_2 ").

3.2. Donner l'allure du spectre de " s ", signal obtenu en additionnant " u_1 " et tous les " v_k " (on se limitera au rang $k=3$)

A l'autre bout du câble se pose le problème de la reconstitution de tous les " u_k " à partir de " s ".

- 3.3. Expliquer brièvement le procédé permettant de reconstituer le signal " u_1 ".
- 3.4. Expliquer brièvement le procédé permettant de reconstituer les signaux " u_k " (prendre l'exemple du signal " u_2 ").
- 3.5. Expliquer brièvement la différence qui apparaîtrait sur le signal " s " si on remplaçait les multiplieurs par des modulateurs d'amplitude (les signaux " v_k " étant alors le fruit de la modulation des porteuses " m_k " par les signaux de modulation " u_k ") ?

EXERCICE 4:

Soit l'équation récurrente :

$$\begin{cases} x(k+1) - 2x(k) = u(k) \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

avec $u(k) = 1 \quad k \geq 0$

4.1) Calculer la fonction de transfert $\frac{X(z)}{U(z)}$ correspondante.

4.2) En déduire $x(k)$.

EXERCICE 5:

On considère le filtre numérique de fonction de transfert :

$$H(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = K_p + K_i \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

Donner l'équation récurrente correspondant à ce filtre.