

Devoir surveillé MATLAB / Calcul numérique.

Promotion IFI Apprentis 2013

Durée 2h. Tous documents autorisés. Vous devrez archiver tous vos fichiers .m et .jpg dans une archive zip et la déposer sur Campus.

Exercice 1 : Constante d'équilibre

On dispose de valeurs tabulées d'une constante d'équilibre K_e pour certaines températures :

T (K)	K_e
298	$9.1 \cdot 10^{-46}$
500	$9.3 \cdot 10^{-26}$
1000	$5.9 \cdot 10^{-11}$
1500	$5.2 \cdot 10^{-6}$
1800	$2.5 \cdot 10^{-4}$
2000	$1.6 \cdot 10^{-3}$
2200	$5.4 \cdot 10^{-3}$
2400	$2.01 \cdot 10^{-2}$
2500	$3.6 \cdot 10^{-2}$

On cherche à représenter cette dépendance par une loi de la forme :

$$\ln(K_e) = \frac{A}{T} + B$$

1. Ecrire un programme utilisant la fonction **polyfit**, qui identifie les constantes A et B intervenant dans cette loi. Le programme devra clairement affecter deux variables A et B .
2. Sur le même graphe, tracez avec des cercles les points du tableau ci-dessus, et en trait continu, l'approximation obtenue pour des températures variant entre 300 K et 2500 K par pas de 1 K.

Vous mettrez votre nom comme titre et vous exporterez le graphique au format JPEG sous le nom "constante.jpg" au moyen des commandes suivantes :

```
title ('mon nom')  
print -djpeg constante.jpg
```

Exercice 2 : Recherche de zéros de fonctions

Les fonctions de Bessel et leurs zéros sont nécessaires pour calculer les solutions des dérivées partielles faisant intervenir le Laplacien en coordonnées cylindriques (par exemple la vibration d'une membrane de tambour).

Pour calculer la fonction J_0 en un point x donné, on écrit en MATLAB : `besselj(0,x)`

Ecrire un programme et éventuellement les fonctions associées, pour calculer les 20 premiers zéros de la fonction de Bessel de première espèce $J_0(x)$. Une estimation du $n^{\text{ème}}$ zéro est $n\pi - \pi/4$.

Exercice 3 : Oscillateur de Duffing

L'oscillateur de Duffing est un modèle simple des oscillations de flexion d'une poutre comprimée à ses deux extrémités, et excitée par une force sinusoïdale. Pour une excitation suffisamment forte, les oscillations sont chaotiques (Fig. 1).

L'oscillateur de Duffing est régi par l'équation différentielle :

$$\ddot{y} + \alpha \dot{y} - (y - y^3) = \delta \cos t$$

1. Ecrire un programme MATLAB utilisant `ode45` pour résoudre cette EDO pour $t \in [0, 40\pi]$. On prendra $\alpha = 0.03$ et $\delta = 0.9$, et on partira de conditions initiales nulles.

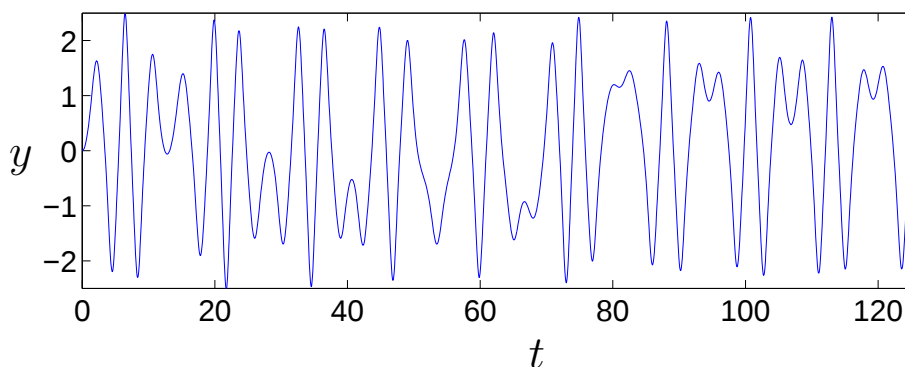


FIGURE 1 – Oscillations chaotiques de l'oscillateur de Duffing.

2. Tracez la solution dans le plan de phase, c'est-à-dire $\dot{y}$ en fonction de y (attention ce n'est pas le graphe de l'énoncé), dont le titre sera votre nom, et que vous exporterez au format JPEG sous le nom `duffing.jpg` (voir exercice 1 pour les instructions à utiliser).