École des Mines d'Albi-Carmaux | Avril 2012

Formation Continue Diplômante - Cycle Présentiel

MATLAB
(Notes de cours et TD autorisées)

– Les 4 exercices sont indépendants –

Vous nommerez votre programme principal *mon_login.m* et vous le placerez dans la racine de votre compte UNIX, en donnant au fichier les droits en lecture pour tout le monde[1].

<u>Exercice N° 1</u> :

L'objet de cet exercice est le calcul numérique de l'intégrale sur un segment $[a, b]$ d'une fonction d'une variable par la méthode du point milieu.

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $-\infty < a < b < +\infty$.
Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$, $x \to f(x)$ une fonction continue donc intégrable sur $[a, b]$.

On se propose de calculer numériquement une valeur approchée de l'intégrale définie par :

$$I(f; a, b) = \int_a^b f(x)\, dx$$

Comme l'intégrale représente l'aire algébrique du domaine situé entre la courbe $y = f(x)$ et l'axe des abscisses d'une part, et entre les deux droites $x = a$ et $x = b$ d'autre part (cf. figure 1), on va approcher ce domaine par un découpage en rectangles.

Soit $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_m = b$ un découpage de l'intervalle d'étude en m segments égaux. On note $h = x_{i+1} - x_i = \frac{b-a}{m}$ la longueur de chaque petit segment.

La méthode du point milieu consiste à approcher la fonction f par une constante sur chaque intervalle de la forme $[x_i, x_{i+1}[$.

$$\forall i = 0 \dots m-1, \quad \forall x \in [x_i, x_{i+1}[, \quad f(x) \simeq f(c_i) \quad \text{avec} \quad c_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2} = x_i + \frac{h}{2}$$

où c_i est le centre de l'intervalle $[x_i, x_{i+1}[$.

[1]sous UNIX, taper : chmod 644 nom_du_fichier.m

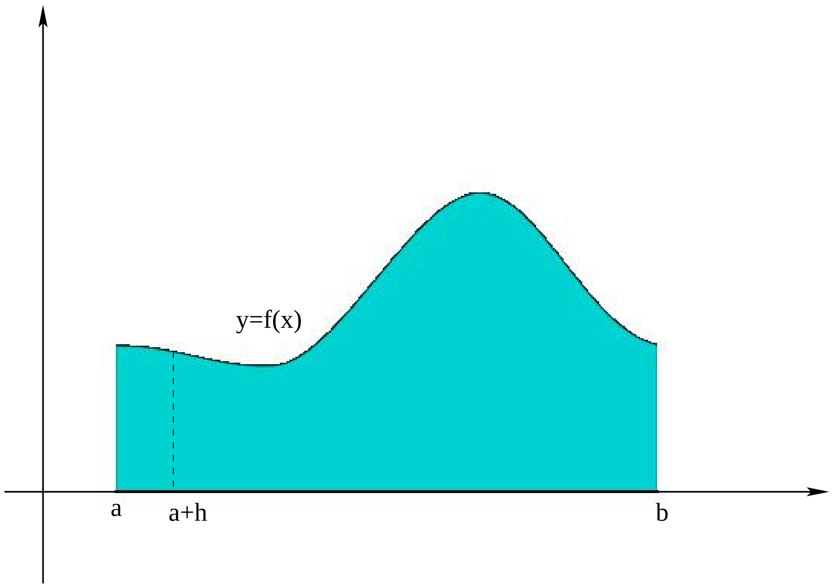

FIG. 1 – Aire sous la courbe $y = f(x)$.

La valeur approchée de l'intégrale est alors :

$$I_m(f; a, b) = h \sum_{i=0}^{m-1} f(c_i)$$

1.1) Afficher la fonction $f(x) = e^{-x^2}$ sur l'intervalle $[0, 1]$.

1.2) Ecrire un programme MATLAB qui permet de calculer $\displaystyle\int_0^1 e^{-x^2}\, dx$ à partir de $I_m(e^{-x^2}; 0, 1)$.

1.3) Comparer les résultats obtenus suivant que l'on prend $m = 10$ et $m = 100$.

1.4) Calculer l'intégrale avec la fonction *quad* de MATLAB.

<u>Exercice N° 2</u> :

Trouver les racines du polynôme $x^8 + x + 1 = 0$.

Exercice N° 3 :

Le tableau ci-dessous donne la force électromotrice E (en volts) d'une pile, en fonction de la température absolue T en K.

T	290	300	310	320	330
E	1,15053	1,14950	1,14788	1,14656	1,14527

3.1) Estimer la valeur de E pour $T = 316$ K.

On considère que les valeurs de la force électromotrice peuvent être approchées par les valeurs d'un polynôme du troisième degré :

$$E = a\,T^3 + b\,T^2 + c\,T + d$$

3.2) Déterminer les constantes a, b, c et d.

3.3) Représenter, sur un même graphique, le polynôme et les points correspondant aux données.

3.4) Utiliser le polynôme pour estimer la valeur de E pour $T = 316$ K.

Exercice N° 4 :

On considère la fonction $f(x) = \dfrac{1}{(x+4)^2 + (x+2)^2} + \dfrac{1}{1+x^2}$.

La dérivée de $f(x)$ est $f'(x) = -\dfrac{4\,x+12}{((x+4)^2 + (x+2)^2)^2} - \dfrac{2\,x}{(1+x^2)^2}$.

Tracer la fonction $f(x)$ pour $x \in [-6, 4]$, et afficher un petit rond rouge sur les maxima de la fonction, et un petit rond vert sur le minimum local.