

1)

$$AB = 32$$

$$BA = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 10 & 15 \\ 6 & 12 & 18 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = 14$$

2) On écrit le système sous la forme $Ax = B$:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = -5$$

$$A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$x = A^{-1}B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3)

$$\det(C - \lambda I) = \lambda^2 - 5\lambda - 2$$

$$C^2 - 5C - 2I = 0$$

On vient de vérifier le théorème de Cayley-Hamilton.