

**AUTOMATIQUE**  
**ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS**

**EXAMEN DE RATRAPAGE**

(Notes de cours et TD autorisées)

Durée : 1h45

– Les 4 exercices sont indépendants –

---

Exercice 1 (10 points)<sup>1</sup> :

---

On s'intéresse à la commande asservie de la gouverne de profondeur de l'Airbus A340. La gouverne de profondeur est la petite aile située à l'arrière de l'avion (au sein de l'empennage horizontal) qui permet au pilote de cabrer ou piquer le nez de l'avion (contrôle de l'angle de tangage) (cf. Figure 1).

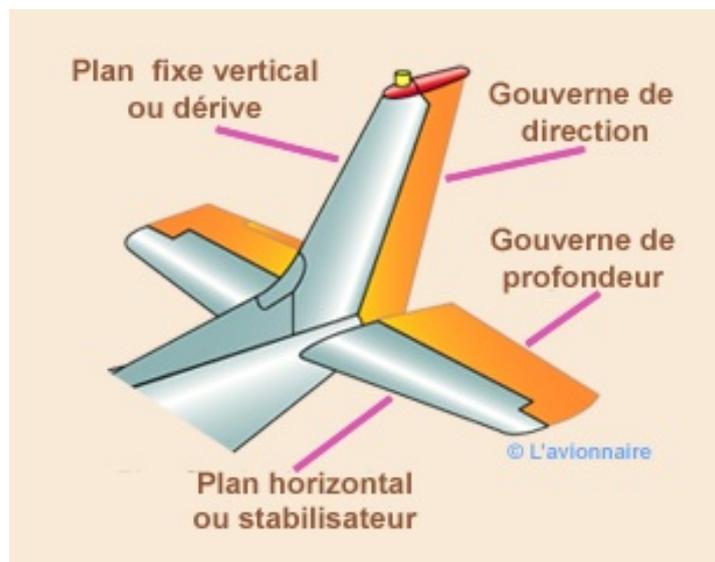


FIGURE 1 – La gouverne de profondeur

Le système mécanique est décrit sur la figure 2.

---

1. Exercice inspiré de l'épreuve de Sciences Industrielles - Concours Communs Polytechniques (CCP) - session 2005.

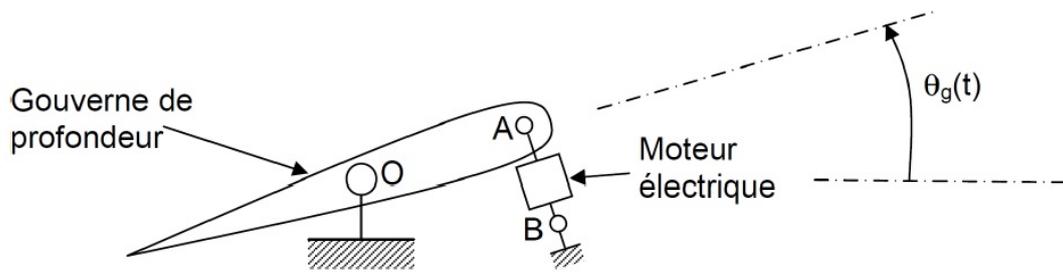


FIGURE 2 – Principe de fonctionnement de la gouverne de profondeur

Le pilote donne une consigne  $\theta_c(t)$  par l'intermédiaire du manche de pilotage. Si l'angle de la gouverne de profondeur  $\theta_g(t)$  est différent de  $\theta_c(t)$ , le moteur électrique reçoit une tension de commande  $u(t)$ , et il se met à tourner d'un angle  $\theta_m(t)$ , ce qui provoque un allongement ou un raccourcissement de la distance AB, inclinant la gouverne de profondeur, jusqu'à ce que  $\theta_g(t)$  tende vers  $\theta_c(t)$ .

Etude du moteur électrique :

Le moteur électrique est un moteur à courant continu de fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{\theta_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{p(1 + \tau_m p)}$$

Cette fonction de transfert correspond au schéma de la figure 3 qui montre qu'un moteur à courant continu est un système du 1er ordre (qui fournit la vitesse de rotation  $\omega_m(t)$  du moteur) en série avec un intégrateur (qui fournit la position angulaire  $\theta_m(t)$  du moteur).

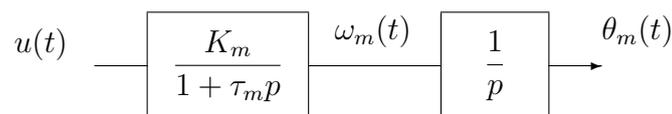


FIGURE 3 – Schéma-blocs du moteur à courant continu

On commence par identifier les 2 paramètres du moteur en le soumettant à un échelon de tension de 5V et en mesurant sa vitesse de rotation  $\omega_m(t)$  (cf. Figure 4).

- 1.1) A partir de la réponse indicielle de la figure 4, calculer les paramètres  $K_m$  et  $\tau_m$  du moteur.

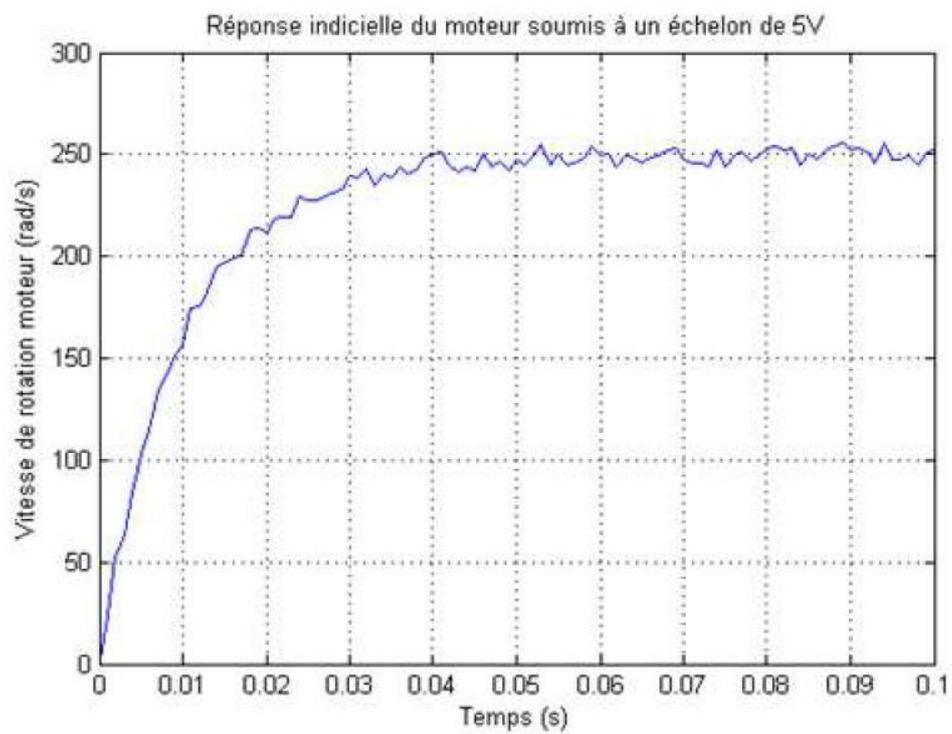


FIGURE 4 – Réponse indicielle du moteur soumis à un échelon d’amplitude 5V (en ordonnée : vitesse de rotation  $\omega_m(t)$  du moteur)

## Etude du système asservi :

Le schéma-blocs en boucle fermée du mécanisme d'orientation de la gouverne est fourni sur la figure 5.

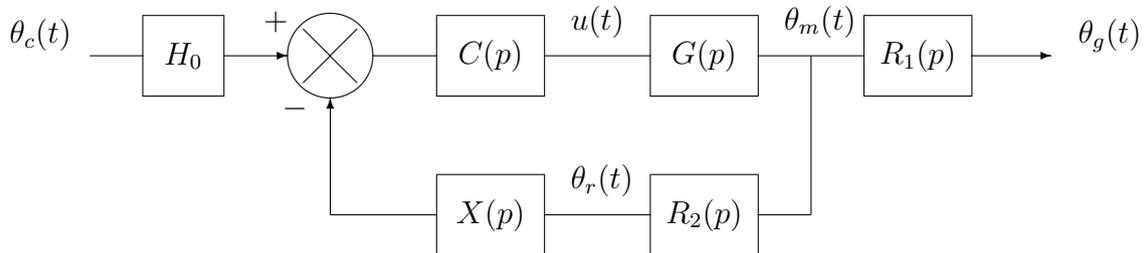


FIGURE 5 – Schéma-blocs en boucle fermée du mécanisme d'orientation de la gouverne

$G(p)$  est la fonction de transfert du moteur.

$C(p)$  est la fonction de transfert du correcteur.

On considèrera un correcteur de type proportionnel de gain  $K$ .

L'angle de rotation en sortie du moteur  $\theta_m(t)$  est réduit par un réducteur  $R_2(p)$  pour donner la rotation  $\theta_r(t)$  mesurée par un capteur potentiométrique  $X(p)$ .

Par ailleurs, l'angle  $\theta_m(t)$  est réduit par un réducteur  $R_1(p)$  pour fournir l'angle de rotation de sortie  $\theta_g(t)$ .

Le réducteur  $R_1(p)$  est un gain de valeur  $R_1 = \frac{1}{50}$ .

Le réducteur  $R_2(p)$  est un gain de valeur  $R_2 = \frac{1}{150}$ .

Le capteur potentiométrique  $X(p)$  est un gain de valeur  $K_c = 0,5 \text{ V/rad}$ .

$H_0$  est un gain qu'il faudra régler par la suite.

**1.2)** Donner la FTBO du système asservi.

**1.3)** Donner la FTBF  $\left(\frac{\theta_g(p)}{\theta_c(p)}\right)$  du système asservi.

Montrer que cette fonction de transfert est du type 2ème ordre et calculer ses 3 paramètres  $K_{BF}$ ,  $\xi$  et  $w_n$ .

**1.4)** Dédire du gain statique de la FTBF la valeur qu'il faut donner au gain  $H_0$  pour que la gouverne de profondeur suive les commandes du pilote.

On souhaite avoir le comportement dynamique d'un système du 2ème ordre avec un coefficient d'amortissement  $\xi = 1$ .

- 1.5) Quel est l'intérêt d'un tel réglage?
- 1.6) En déduire la valeur qu'il faut donner au gain  $K$  du correcteur pour avoir le comportement dynamique souhaité.
- 1.7) A partir de la courbe de la figure 6, calculer le temps de réponse à 5% du système asservi.

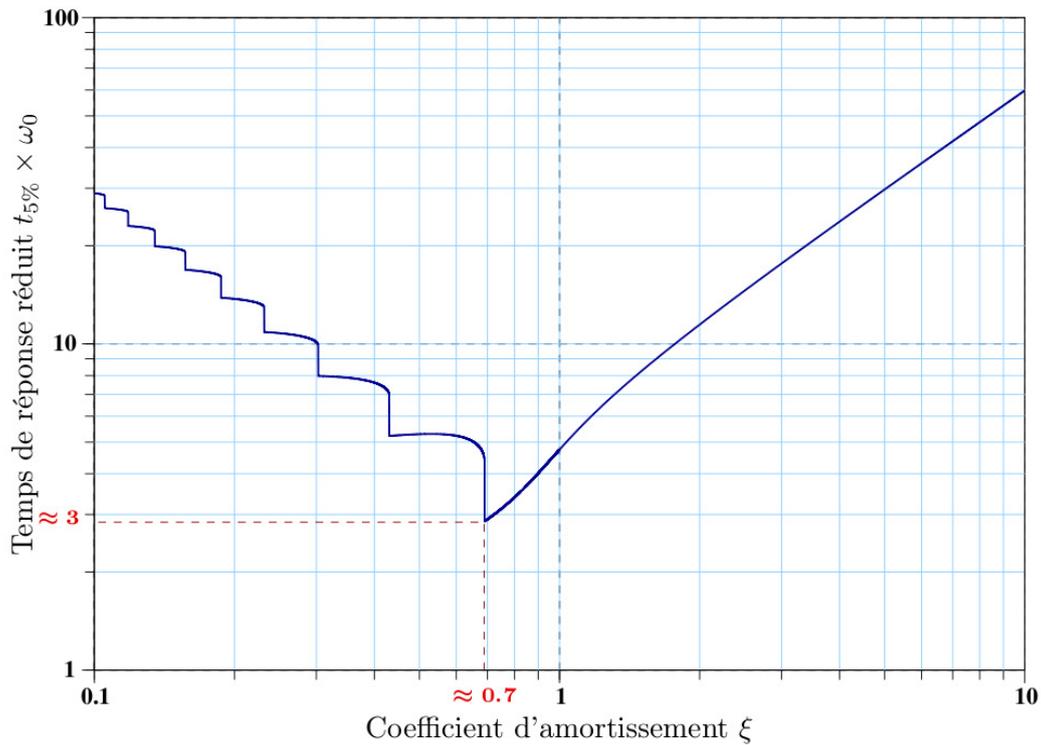


FIGURE 6 – Courbe du temps de réponse réduit ( $tr_{5\%} \times w_n$ ) d'un système du 2ème ordre

---

Exercice 2 (5 points) :

---

La figure 7 fournit 2 diagrammes de Bode.

Un seul de ces diagrammes correspond à un système du 2nd ordre.

- 2.1) Lequel des diagrammes (a) ou (b) correspond à un système du 2nd ordre? Justifier votre réponse.

2.2) Déterminer les 3 paramètres du système du 2nd ordre et écrire sa fonction de transfert.

On applique à l'entrée du système (au repos) un échelon d'amplitude 2V.

2.3) Quelle sera la valeur atteinte par la sortie en régime permanent ?

On applique à l'entrée du système un signal sinusoïdal d'amplitude 2V et de fréquence 4,8 Hz.

2.4) Quelle sera l'amplitude du signal de sortie en régime permanent ?

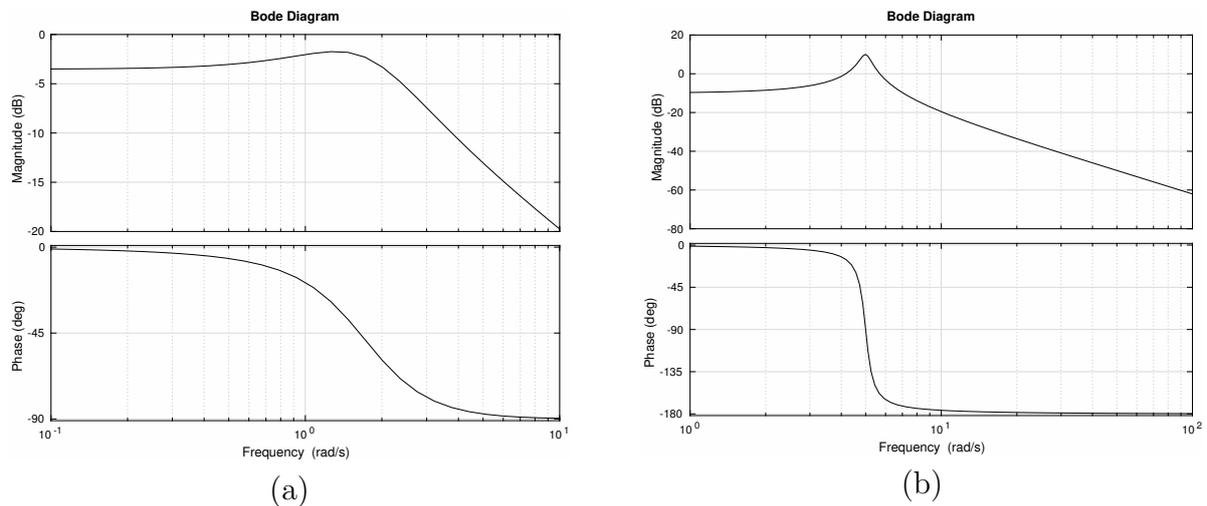


FIGURE 7 – Diagrammes de Bode [EXERCICE 2]

Exercice 3 (3 points) :

On considère un système asservi avec une marge de phase de  $40^\circ$  et une marge de gain de 4 dB.

Ces performances sont obtenues avec un correcteur proportionnel de gain  $K = 10$ .

3.1) Pour quelle valeur de  $K$  le système asservi devient-il instable ?

3.2) Pour avoir une marge de gain de 6 dB, quelle valeur de  $K$  faut-il choisir ?

- 3.3)** Pour cette dernière valeur de  $K$ , est-ce que la marge de phase sera plus petite, égale, ou plus grande que  $40^\circ$  ?

---

Exercice 4 (4 points) :

---

On considère un système à retour unitaire constitué d'un procédé de fonction de transfert  $G(p)$  et d'un correcteur de fonction de transfert  $C(p)$  (cf. figure 8).

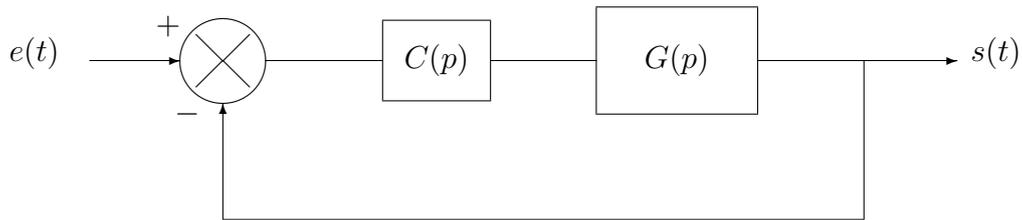


FIGURE 8 – Un système asservi avec correcteur  $C(p)$

On considère une commande proportionnelle :  $C(p) = K$

Le diagramme de Bode de la FTBO du système asservi non corrigé ( $K = 1$ ) est donné sur la figure 9.

*(lorsque cela est demandé, mesurer les marges de phase et de gain avec le plus grand soin)*

- 4.1)** Pour  $K = 1$  quel est le gain statique de la FTBF ?
- 4.2)** Donner la marge de phase et la marge de gain du système asservi non corrigé.
- 4.3)** Pour quelle valeur de  $K$  le système asservi aura-t-il une marge de phase de  $+45^\circ$  ? Quelle sera alors sa marge de gain ?
- 4.4)** Pour quelle valeur de  $K$  le système asservi deviendra-t-il instable ?

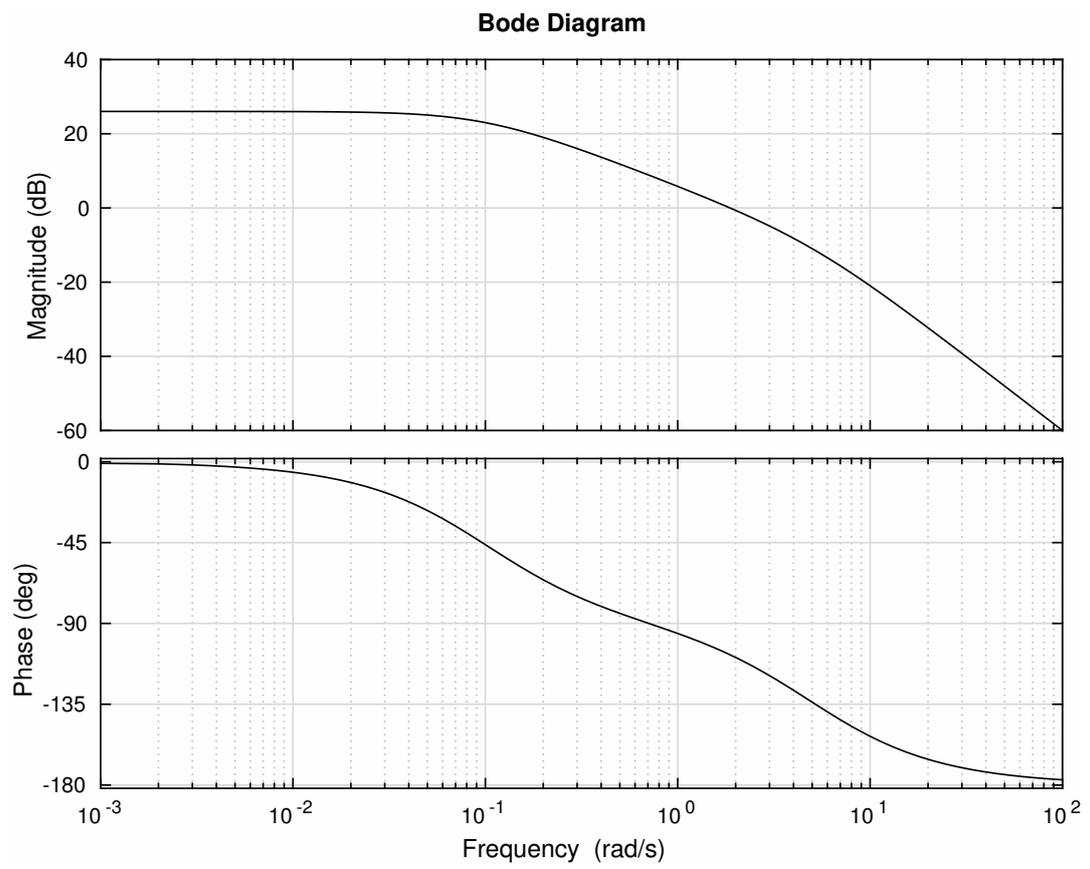


FIGURE 9 – Lieu de Bode de la FTBO non corrigée [EXERCICE 4]