

## AUTOMATIQUE ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS

(Notes de cours et TD autorisées)

Durée : 1h30

– Les 3 parties (P, PI et PID) sont indépendantes –

– Les marges de phase et de gain doivent être mesurées avec le plus grand soin –

On considère le système asservi de la figure 1.

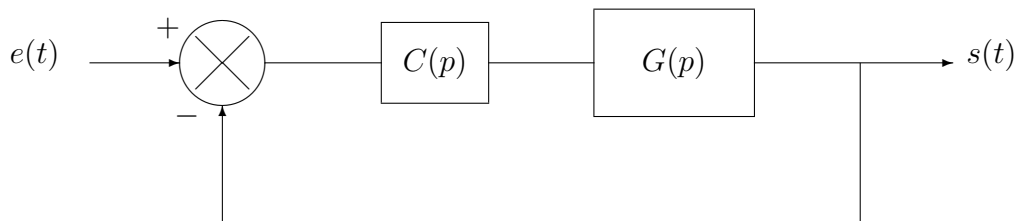


FIGURE 1 – Un système asservi avec un correcteur  $C(p)$

Le procédé a pour fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{10}{(1 + 10p)(1 + 100p)^2}$$

Sur la figure 2, on donne le lieu de Bode de  $G(p)$ .

(un 2e lieu de Bode identique est fourni à la fin du sujet pour vous éviter de surcharger un seul lieu avec plusieurs constructions graphiques)

1ère partie : commande proportionnelle de gain  $K$

- 1.1) Etudier la stabilité du système asservi en utilisant le critère de Routh.
- 1.2) Etudier la stabilité du système asservi en exploitant le lieu de Bode de  $G(p)$ .
- 1.3) Quelle valeur faut-il donner à  $K$  pour avoir une marge de phase de 60 degrés ?  
Que vaudra alors la marge de gain ?

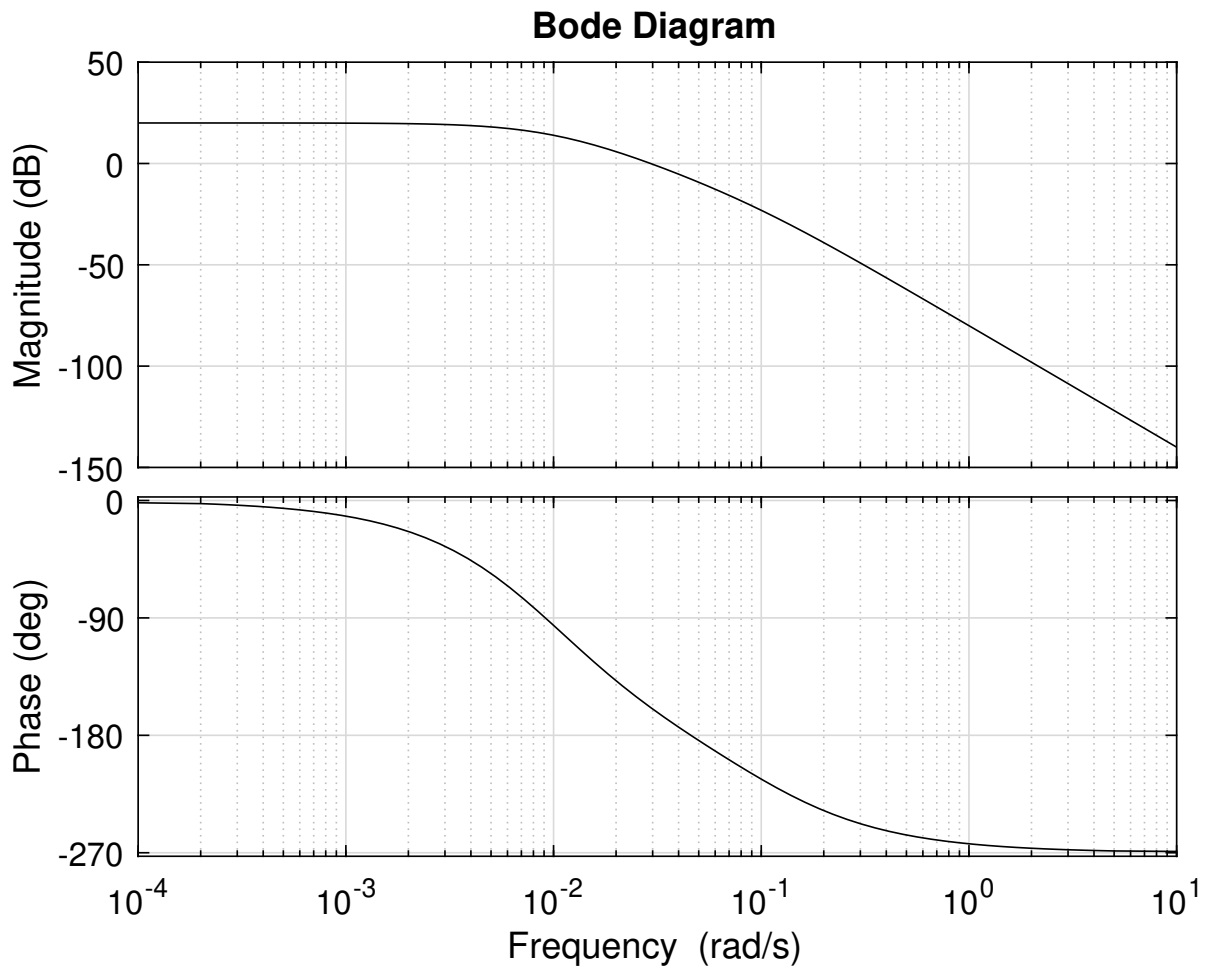


FIGURE 2 – Lieu de Bode de  $G(p)$

- 1.4) Quelle sera la marge de gain pour  $K = 10$ ? Quelle sera alors la marge de phase?
- 1.5) Donner l'expression de l'erreur de position en régime permanent  $\varepsilon_p(+\infty)$  en fonction de  $K$ . Conclure sur la précision du système asservi en réponse à un échelon de position.

La figure 3 donne la réponse du système asservi à un échelon de position unité pour une certaine valeur de  $K$  (attention aux conditions initiales non nulles!).

- 1.6) Quelle est la valeur du 1er dépassement relatif ( $D_1\%$ )? Mesurer le temps de réponse à 5% (expliquer la démarche). En exploitant le régime permanent, déterminer la valeur de  $K$  pour laquelle cette réponse a été tracée.

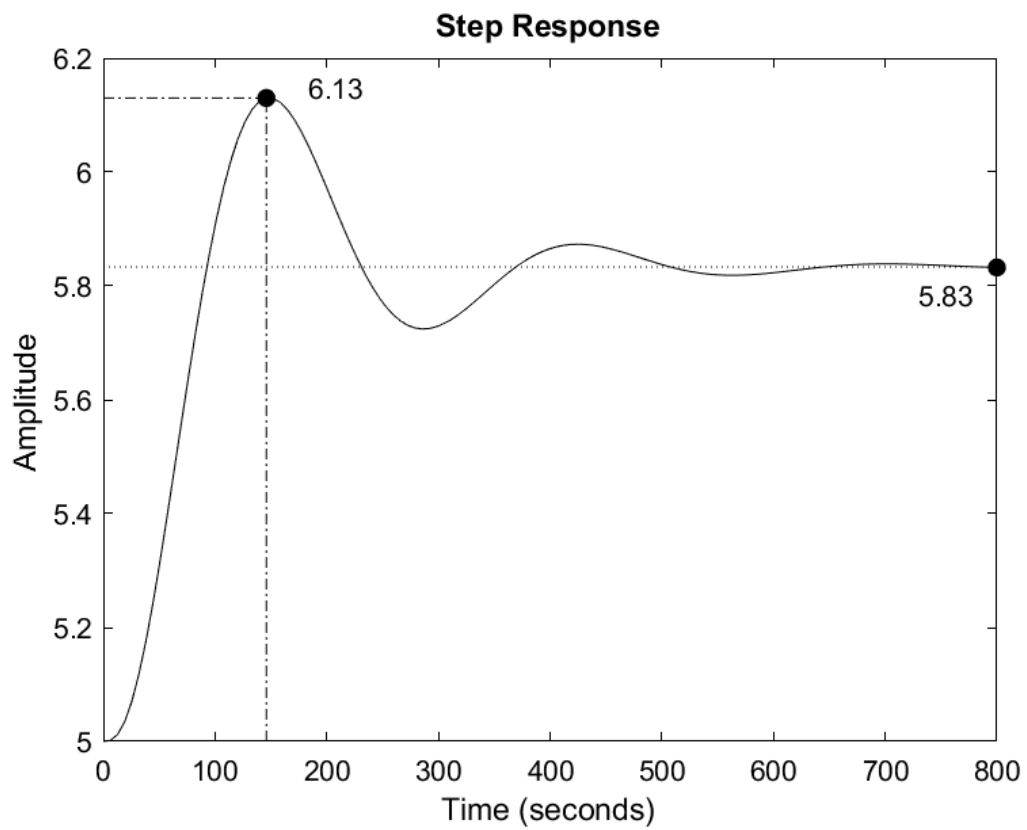


FIGURE 3 – Réponse du système asservi à un échelon unitaire avec un correcteur P, pour une valeur de  $K$  inconnue

2e partie : commande PI

On implante maintenant un correcteur PI de fonction de transfert :

$$C(p) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right)$$

On choisit  $K = 0,32$ .

- 2.1)** A partir du lieu de Bode de  $G(p)$ , déterminer la marge de phase du système asservi pour un correcteur proportionnel réglé avec  $K = 0,32$ .
- 2.2)** Pour  $K = 0,32$ , proposer un réglage pour la valeur de  $T_i$ .
- 2.3)** Combien vaudra (environ) la marge de phase du système corrigé avec le correcteur PI calculé à la question **2.2)** ?
- 2.4)** Combien vaudra l'erreur de position en régime permanent pour le système corrigé avec le correcteur PI? Conclure sur la précision du système asservi en réponse à un échelon de position.

3e partie : commande PID

On implante maintenant un correcteur PID de fonction de transfert :

$$C(p) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right) (1 + T_d p)$$

- 3.1)** Quel est l'ordre de la FTBO? Quelle est sa classe?
- 3.2)** Régler les paramètres  $T_i$  et  $T_d$  du correcteur pour que la FTBO soit d'ordre 2. On choisira le réglage qui conduit au temps de réponse du système asservi le plus faible.
- 3.3)** Régler le paramètre  $K$  pour que, en réponse à un échelon de position, le système asservi ait un 1er dépassement relatif de 5%.
- 3.4)** Calculer le temps du 1er dépassement ( $t_{pic}$ ) et tracer à main levée, sur la figure 3, la réponse du système asservi avec le correcteur PID calculé.

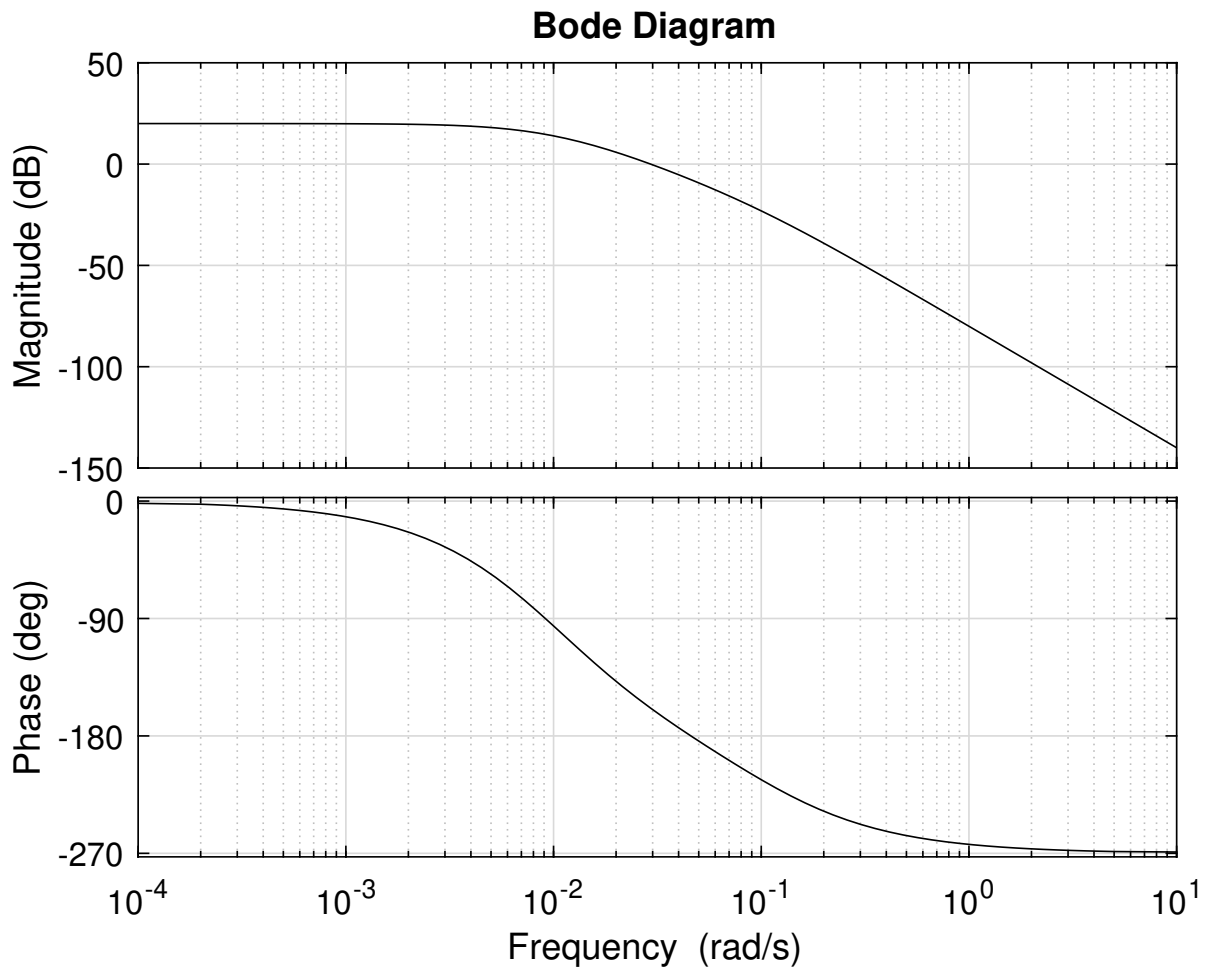


FIGURE 4 – Lieu de Bode de  $G(p)$