

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS

(Notes de cours et TD autorisées)

Durée : 1h30

– Les 3 exercices sont indépendants –

Exercice 1 (9 points) :

On considère le système asservi de la figure 1.

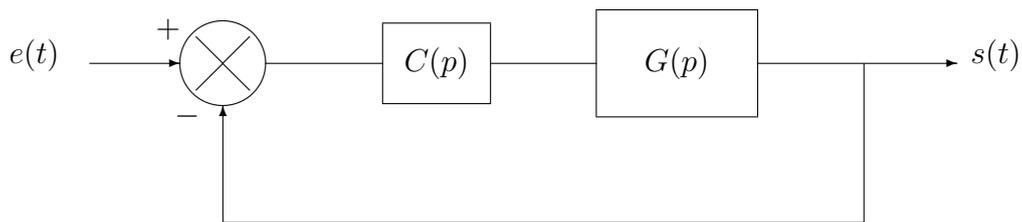


FIGURE 1 – Un système asservi avec un correcteur $C(p)$

Le procédé a pour fonction de transfert $G(p) = \frac{2}{(1+p)(1+0.1p)}$.

1^{re} partie : étude du système asservi avec commande proportionnelle ($C(p) = K$)

- 1.1) Existe-t-il une valeur de K qui peut rendre le système instable ? Expliquer.
- 1.2) Quelle sera l'erreur de position en régime permanent en réponse à un échelon unité ?
- 1.3) Calculer la FTBF du système asservi.
- 1.4) Sur la figure 2, on a tracé le lieu de Bode de la FTBF.
Pour quelle valeur de K ce lieu de Bode a-t-il été tracé ?

On considère la valeur de K qui a permis de tracer le lieu de Bode de la figure 2. On envoie à l'entrée du système asservi un signal sinusoïdal d'amplitude $e_0 = 200$ et de pulsation $w = 100$ rad/s.

1.5) Quelle sera l'amplitude du signal de sortie en régime permanent ?

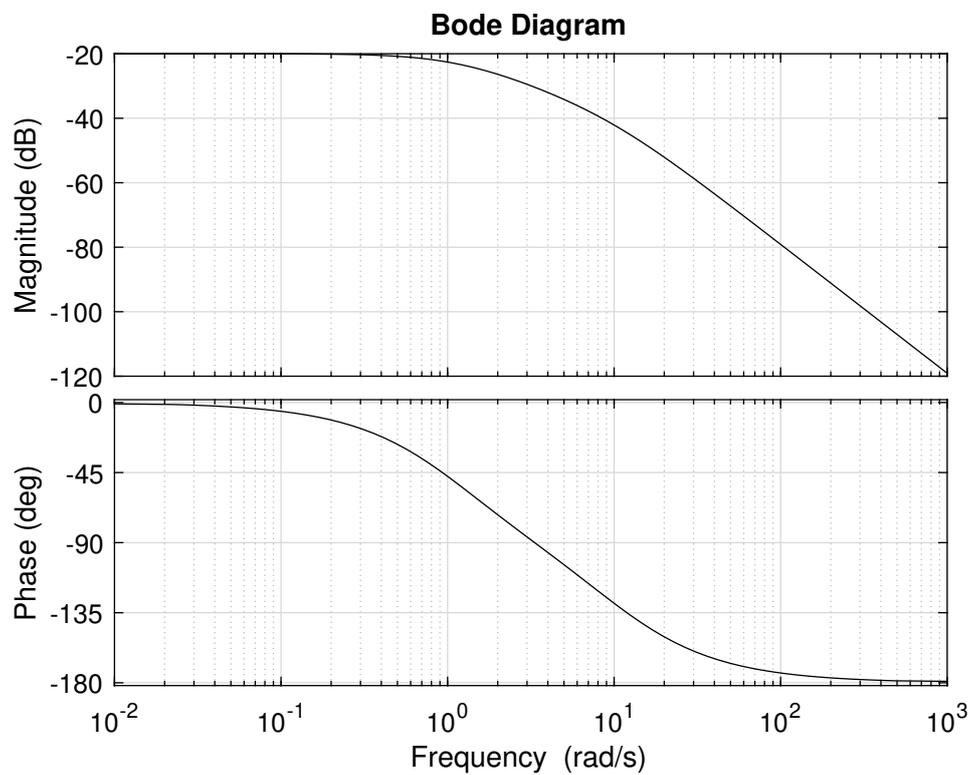


FIGURE 2 – Lieu de Bode de la FTBF tracé pour une valeur K inconnue

2^e partie : étude du système asservi avec un correcteur PI

Pour améliorer les performances du système asservi, on choisit le correcteur suivant :

$$C(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$$

(K_i et T_i sont des nombres positifs)

- 1.6)** Quelle performance peut-on espérer améliorer avec ce correcteur ?
- 1.7)** Calculer la FTBO du système asservi.
- 1.8)** Régler le paramètre T_i en compensant le pôle lent du procédé $G(p)$. Calculer la FTBO après compensation.
- 1.9)** Calculer la FTBF après compensation et montrer qu'elle est du 2nd ordre.
- 1.10)** Régler le paramètre K_i pour que la FTBF ait un coefficient d'amortissement ξ égal à 0.7.

Exercice 2 (6 points) :

On considère le système asservi de la figure 3.

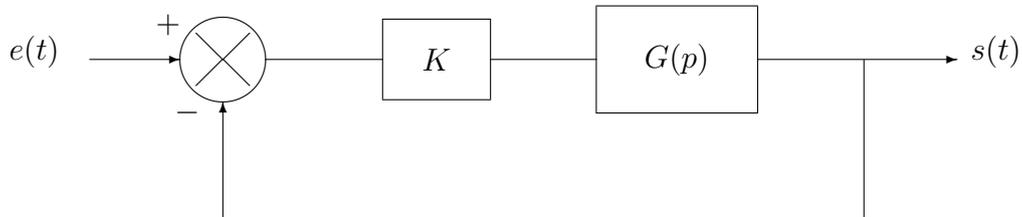


FIGURE 3 – Un système asservi avec un correcteur proportionnel

Le lieu de Bode de la FTBO a été tracé pour une valeur de $K = K_1$ inconnue (voir figure 4).

- 2.1) Donner la marge de phase M_{p_1} et la marge de gain M_{g_1} pour $K = K_1$. Conclure.
- 2.2) Quelle sera la marge de phase M_{p_2} et la marge de gain M_{g_2} pour $K = 10 K_1$?
- 2.3) Quelle sera la marge de phase M_{p_3} et la marge de gain M_{g_3} pour $K = \frac{K_1}{10}$?
- 2.4) On constate que le système asservi atteint la limite de stabilité pour $K = 0.2$.
En déduire la valeur de K_1 .

A titre de récapitulatif, compléter le tableau suivant :

K	marge de phase	marge de gain
K_1		
$10 K_1$		
$\frac{K_1}{10}$		
0.2	0°	0

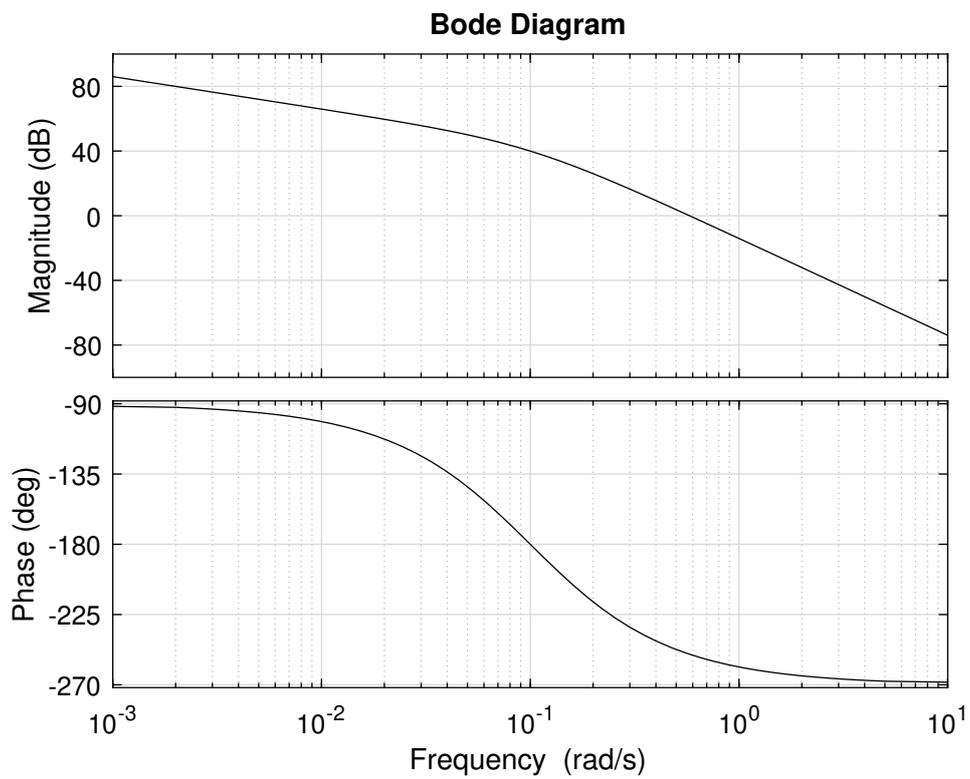


FIGURE 4 – Lieu de Bode de la FTBO tracé pour une valeur $K = K_1$ inconnue

Exercice 3 (6 points) :

On considère le système asservi de la figure 5.

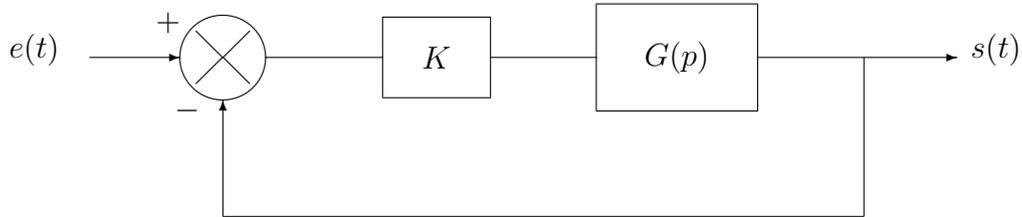


FIGURE 5 – Un système asservi avec un correcteur proportionnel

Le procédé a pour fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{(1 + 2p)^4}$.

- 3.1)** En utilisant le critère de Routh¹, montrer que le système asservi est stable si $K < 4$.
- 3.2)** Pour $K = 2$, déterminer la pulsation w_0 pour laquelle $|\text{FTBO}(jw_0)| = 1$. En déduire la marge de phase.
- 3.3)** Pour $K = 2$, déterminer la pulsation w_1 pour laquelle $\arg[\text{FTBO}(jw_1)] = -180^\circ$. En déduire la marge de gain.

1. On donne le développement suivant : $(1 + 2p)^4 = 16p^4 + 32p^3 + 24p^2 + 8p + 1$