

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS

(Notes de cours et TD autorisées)

Durée : 1h30

– Les 3 exercices sont indépendants –

Exercice 1 (12 points) :

On considère le système asservi de la figure 1.

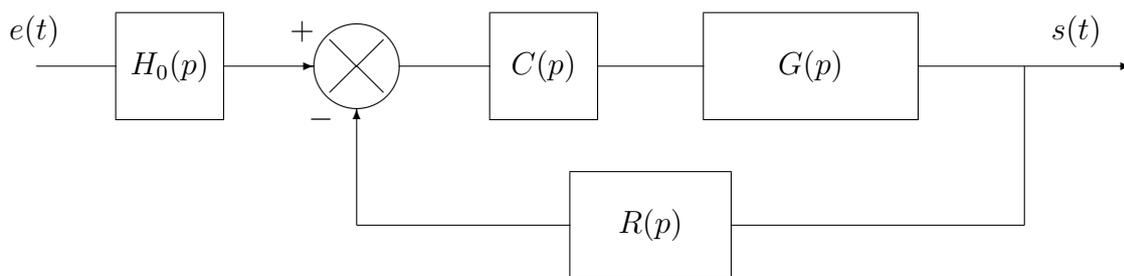


FIGURE 1 – Un système asservi avec un correcteur $C(p)$

Pour les applications numériques, on prendra :

$$H_0(p) = 5 \quad ; \quad G(p) = \frac{2}{(1+2p)(1+4p)} \quad ; \quad R(p) = 5$$

1^{re} partie : étude du système asservi sans correcteur ($C(p) = 1$)

- 1.1)** Calculer l'expression littérale de la FTBO du système asservi en fonction des fonctions de transfert présentes sur la figure 1. Calculer son expression numérique. Quelle est sa classe ?
- 1.2)** Calculer l'expression littérale de la FTBF en fonction des fonctions de transfert présentes sur la figure 1. Calculer son expression numérique. Montrer qu'elle est du 2nd ordre.

- 1.3) Calculer les paramètres K , ξ et w_n de la FTBF.
- 1.4) En déduire, le temps de réponse à 5% ($tr_{5\%}$), le 1er dépassement relatif ($D_1\%$) et l'erreur de position en régime permanent ($\varepsilon_p(+\infty)$) du système asservi.
- 1.5) Esquisser la réponse du système asservi pour un échelon unitaire en entrée (tracer l'entrée et la sortie sur la même figure).

2^e partie : mise en place d'un correcteur $C(p)$

Pour améliorer les performances du système asservi, on choisit le correcteur suivant :

$$C(p) = K_d(1 + T_d p)$$

(K_d et T_d sont des nombres positifs)

- 1.6) De quel type de correcteur s'agit-il ?
- 1.7) Quelle(s) performance(s) peut-on espérer améliorer avec ce correcteur (précision, stabilité, rapidité) ?
- 1.8) Calculer la FTBO du système corrigé.
- 1.9) Montrer que, pour un choix judicieux de la valeur de T_d , la FTBO, qui est normalement d'ordre 2, peut devenir d'ordre 1. Donner son expression lorsque le pôle le plus lent est compensé.
- 1.10) Pour la valeur de T_d choisie à la question précédente, calculer la FTBF (en fonction de K_d).
- 1.11) De quel type est la FTBF du système corrigé ? L'écrire sous forme canonique.
- 1.12) Quelle différence majeure présente la réponse indicielle du système corrigé comparativement à celle obtenue sans correction à la question 1.5) ?
- 1.13) Calculer, en fonction de K_d , le temps de réponse à 5% ($tr_{5\%}$) et l'erreur de position en régime permanent ($\varepsilon_p(+\infty)$) du système corrigé.
- 1.14) Pour $K_d = 1$, compléter le tableau suivant **et conclure**.

	$D_1\%$	$tr_{5\%}$	$\varepsilon_p(+\infty)$
système non corrigé			
système corrigé ($K_d = 1$)			

- 1.15) Que faudrait-il faire pour avoir une erreur de position en régime permanent nulle ?

Exercice 2 (6 points) :

On considère le système asservi de la figure 2.

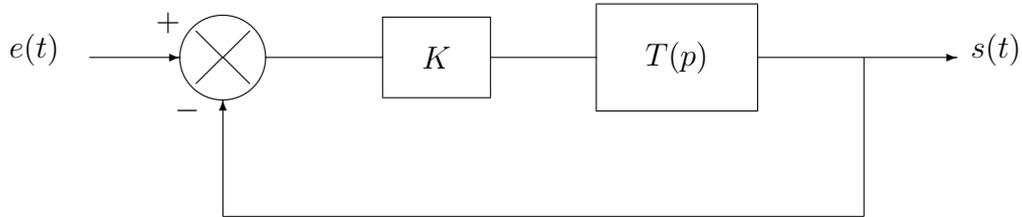


FIGURE 2 – Un système asservi

Le lieu de Bode de la FTBO, tracé pour $K = 2$, est reporté sur la figure 3.

Pour pouvoir effectuer des relevés graphiques plus précis, on pourra utiliser le lieu de Bode de la figure 4 qui correspond au lieu de la figure 3 **avec un zoom** sur la partie centrale.

- 2.1) Mesurer la marge de phase et la marge de gain pour $K = 2$.
- 2.2) Donner si elle existe la valeur du gain limite de stabilité K_{lim} .
- 2.3) Quelle valeur faut-il donner à K pour avoir une marge de phase de 45° ?
Quelle sera alors sa marge de gain ?
- 2.4) Quelles seront la marge de phase et la marge de gain pour $K = 8$?
- 2.5) Pour quelle valeur de K aura-t-on une marge de gain de -12 dB ?

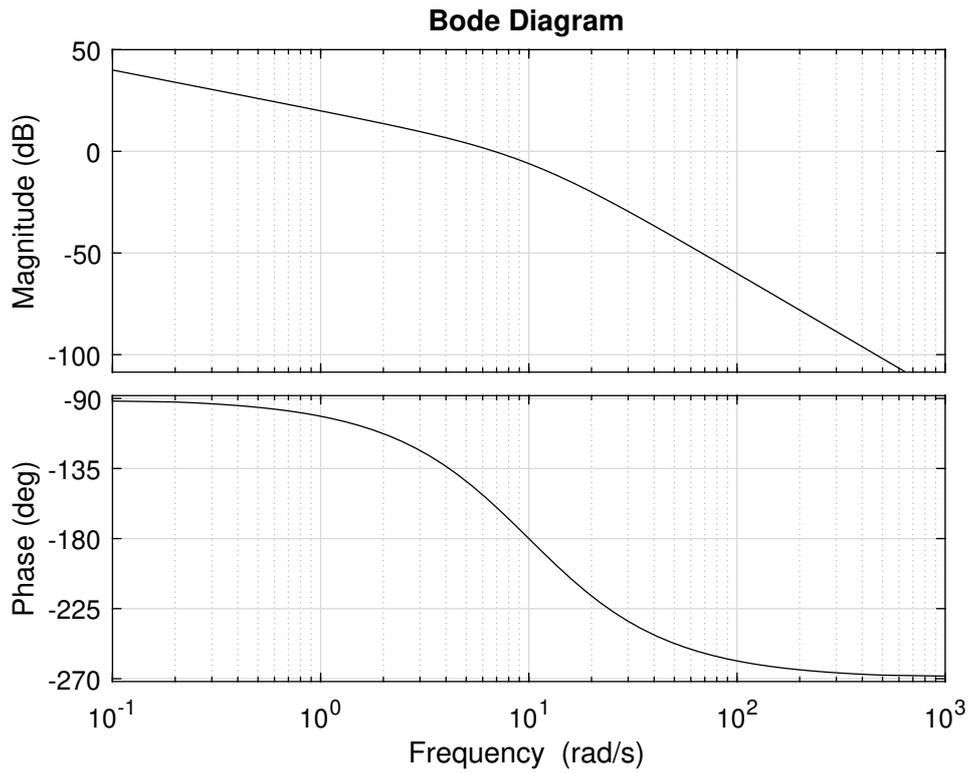


FIGURE 3 – Lieu de Bode de la FTBO tracé pour $K = 2$

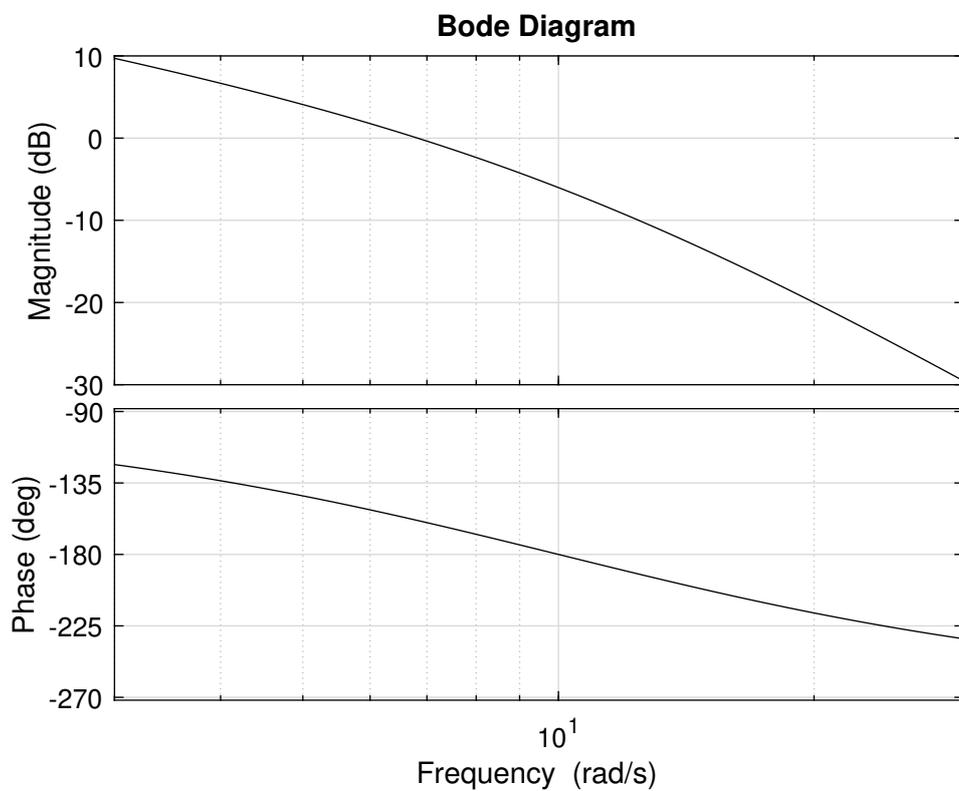


FIGURE 4 – Lieu de Bode de la FTBO tracé pour $K = 2$ (avec un zoom sur la partie centrale)

Exercice 3 (4 points) :

On considère le schéma de la figure 5 correspondant à un procédé asservi par un correcteur proportionnel de gain K .

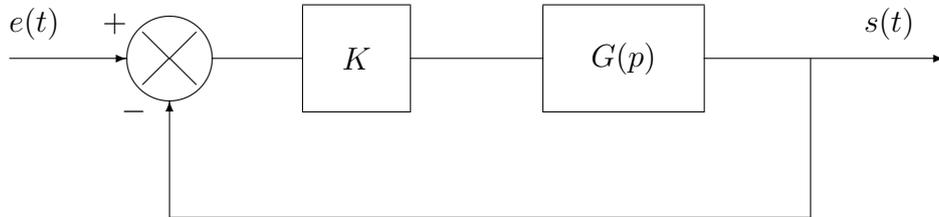


FIGURE 5 – Un système asservi avec un correcteur proportionnel de gain K

Le procédé a pour fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{p(1+ap)(1+bp)}$.

- 3.1)** En utilisant le critère de Routh, montrer que le gain limite de stabilité est égal à $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
- 3.2)** Retrouver le résultat de la question **3.1)** en utilisant la méthode des marges algébriques (à partir de l'expression du module et de l'argument de la FTBO)¹.

1. on pourra utiliser le fait que $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 - \tan(\alpha)\tan(\beta)}$