

M1 – U.E. CSy

Examen Ecrit de rattrapage du Module P2

Février 2015 – Durée 2h – Documents autorisés

Le sujet comprend quatre exercices pouvant être traités indépendamment les uns des autres.

Exercice I – Analyse d’un système d’ordre 4 [5 points]

On donne :

$$G(p) = \frac{2}{(2p + 1)(p + 1)(10p + 1)(11p + 2)}$$

1. Par quelle fonction de transfert du second ordre $G(p)$ peut-elle être approchée ?
2. Parmi les réponses temporelles données sur la figure 1, laquelle correspond à la réponse à un échelon unitaire du système de fonction de transfert $G(p)$? Justifier.

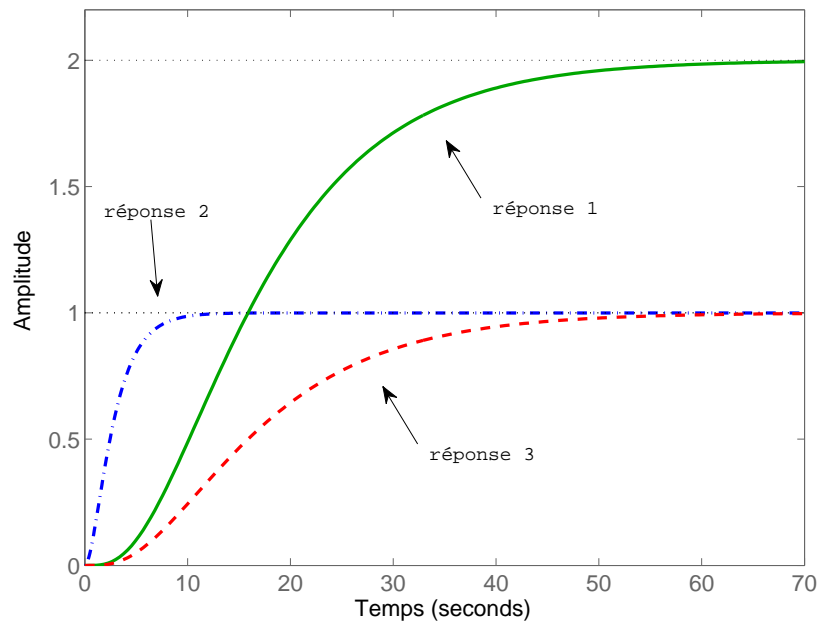


FIGURE 1 – Réponses indicielles [exercice I]

On commande le système de fonction de transfert $G(p)$ par une action proportionnelle de gain K ($K > 0$). Le modèle de l’asservissement est donné sur le schéma-blocs figure 2. Pour la suite de l’exercice on gardera la forme d’ordre 4 pour $G(p)$.

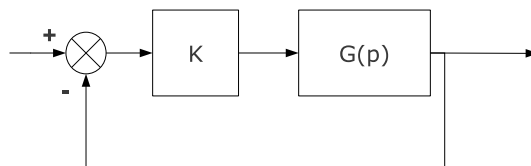


FIGURE 2 – Asservissement [exercice I]

3. Donner l’expression de la fonction de transfert $T(p)$ en boucle ouverte.

4. Donner l'expression de la fonction de transfert $F(p)$ en boucle fermée.
5. En utilisant le critère algébrique de Routh, calculer la valeur limite de K au delà de laquelle l'asservissement est instable.
6. Retrouver ce résultat *géométriquement* à partir du lieu de transfert dans le plan de Nyquist de la fonction $T(p)$ (fig. 3). Donner la démarche (éventuellement à l'aide d'un dessin).

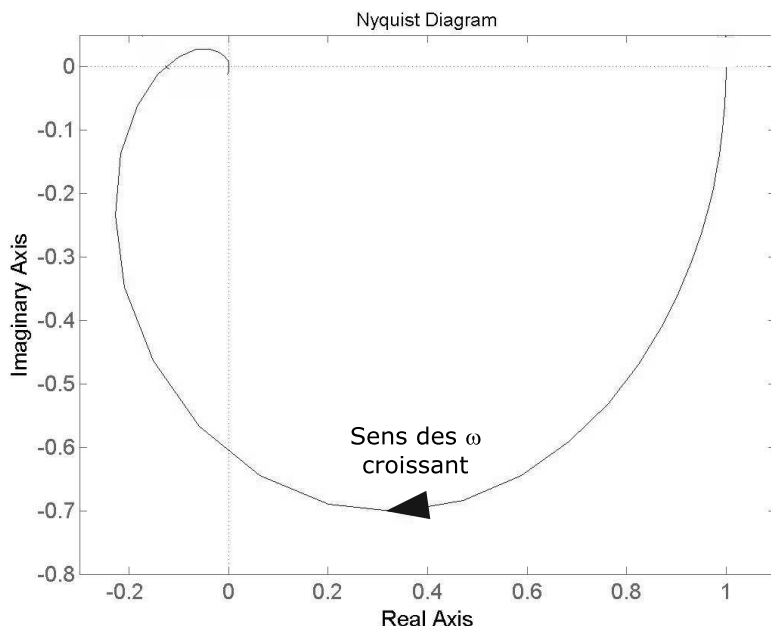


FIGURE 3 – Lieu de transfert de $T(p)$ (pour $K = 1$) dans le plan de Nyquist [exercice I]

Exercice II – Précision d'un asservissement [6 points]

On considère l'asservissement à retour unitaire de la figure 4.

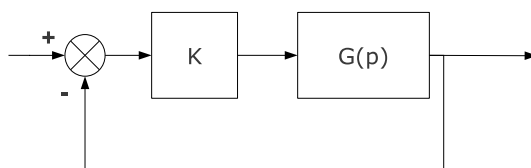


FIGURE 4 – Asservissement [exercice II]

La fonction de transfert de système à commander $G(p)$ est d'ordre 4 :

$$G(p) = \frac{2}{(2p + 1)(p + 1)(10p + 1)(11p + 2)}$$

Le gain K de correction proportionnelle est variable ($K > 0$).

7. Donner l'expression (le cas échéant en fonction de K) de l'erreur de position et de l'erreur de vitesse.
8. Quelle valeur notée K_1 de K permet d'obtenir une erreur de position de $\frac{1}{4}$ pour une consigne échelon unitaire ?

Le lieu de transfert de $G(p)$ dans le plan de Bode est reporté sur la figure 5.

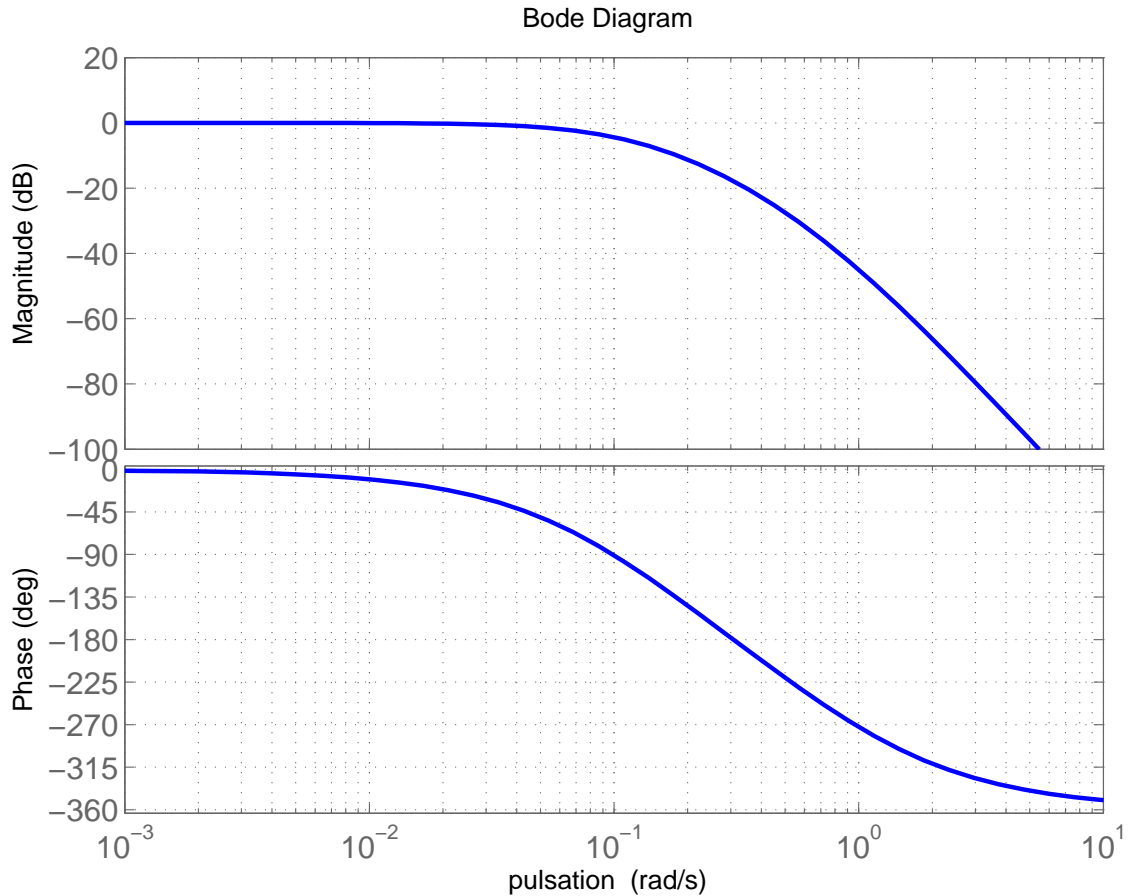


FIGURE 5 – Lieu de transfert de $G(p)$ [exercice II]

9. Pour $K = K_1$, quelle est la valeur notée $M\Phi_1$ de la marge de phase ?

On remplace la correction proportionnelle K par la correction de fonction de transfert $D(p)$ suivante :

$$D(p) = \frac{K_1}{\tau p} (1 + \tau p)$$

10. Qu'apporte le correcteur $D(p)$ à l'asservissement par rapport au correcteur proportionnel avec $K = K_1$?

11. Quelle valeur du paramètre τ permet de conserver la valeur $M\Phi_1$ de la marge de phase et de ne pas trop ramollir les caractéristiques dynamiques de l'asservissement ?

Exercice III – Correction P.D. [4 points]

On considère l'asservissement de la figure 6.

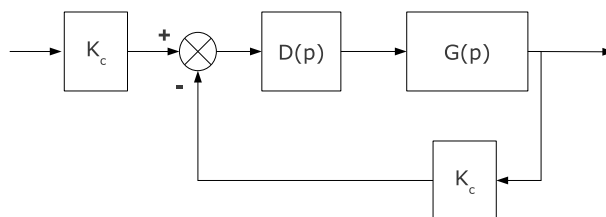


FIGURE 6 – Asservissement [exercice III]

On donne :

$$G(p) = \frac{2}{(2p+1)(p+1)(10p+1)(11p+2)} \quad \text{et} \quad K_c = 5$$

La réponse harmonique de la fonction de transfert en boucle ouverte considérée sans correction (c'est à dire pour $D(p) = 1$) est reportée sur la figure 7.

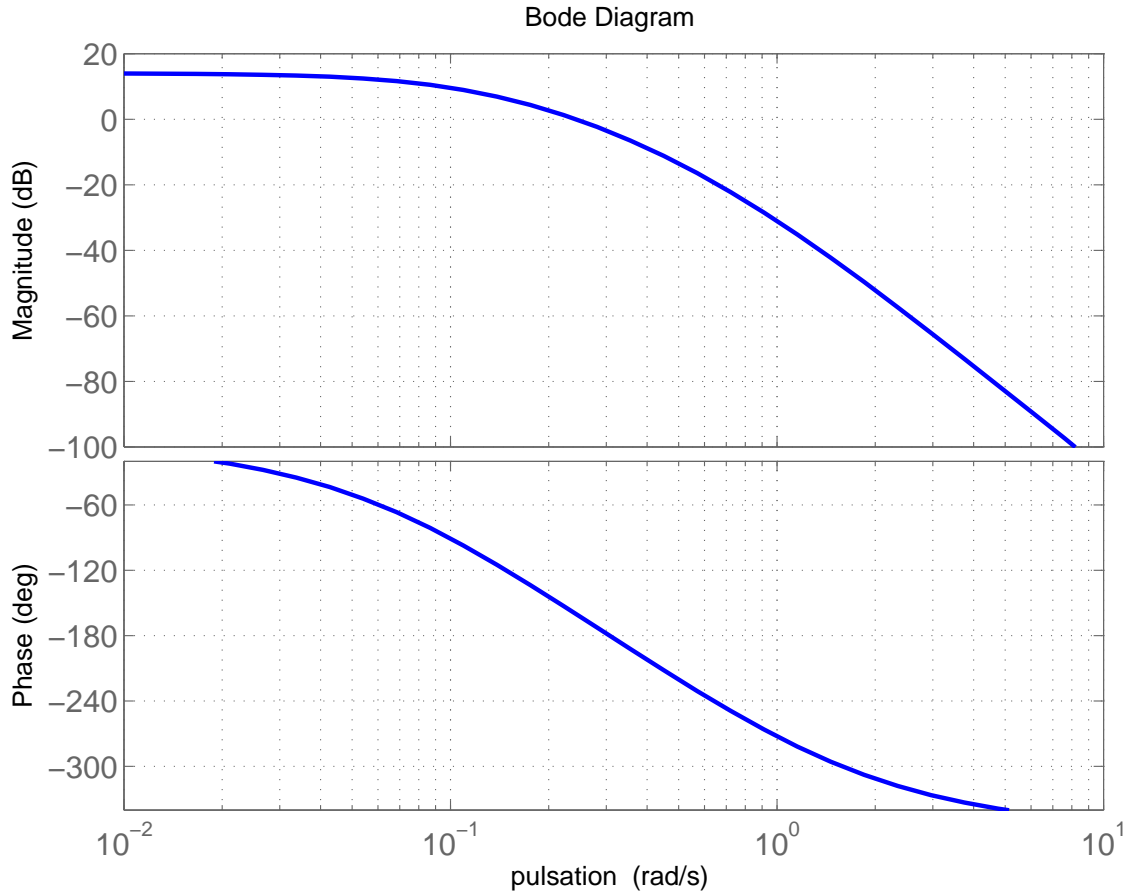


FIGURE 7 – Lieu de transfert en boucle ouverte [exercice III]

Le correcteur proportionnel dérivé considéré est :

$$D(p) = k(1 + T_d p)$$

pour lequel k (proche de 1) est un simple gain d'ajustement.

12. Faire la synthèse du correcteur $D(p)$ (calcul du paramètre T_d dans un premier temps et du paramètre d'ajustement k ensuite) pour que la marge de phase égale 60° .

La démarche devra être commentée.

Exercice IV – Analyse de plusieurs correcteurs [5 points]

Soit l'asservissement de la figure 8.

On donne :

$$G(p) = \frac{7500}{(p+150)(p+10)(p+5)} \quad \text{et} \quad K_c = 10$$

Les quatre correcteurs suivants ont été testés sur l'asservissement :

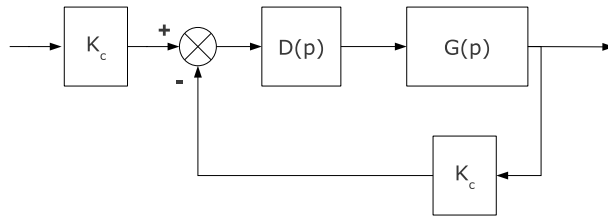


FIGURE 8 – Asservissement [exercice IV]

$$D_a(p) = 1$$

$$D_b(p) = 2$$

$$D_c(p) = \frac{0.01156p^2 + 0.4404p + 0.866}{0.4808p}$$

$$D_d(p) = \frac{0.06808p + 1}{0.0148p + 1}$$

Les quatre réponses indicielles (échelon unité) correspondantes sont données, dans le désordre, figure 9.

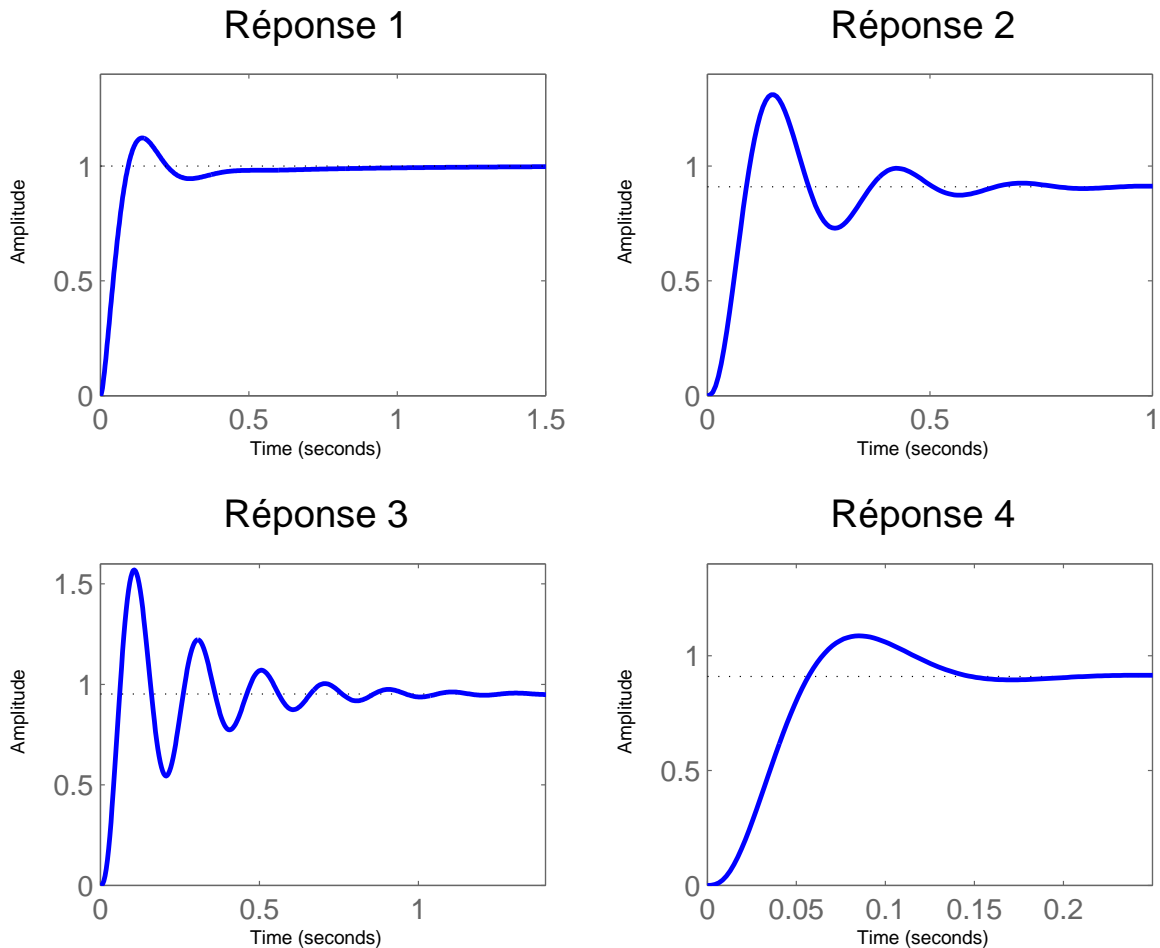


FIGURE 9 – Réponses indicielles [exercice IV]

13. Associer à chaque réponse (1 à 4) le bon correcteur (D_a à D_d).

La démarche sera détaillée : nom du correcteur, type de correcteur, caractéristique(s) corrigée(s).