École des Mines d'Albi-Carmaux — Mars 2014

Formation Initiale – M1

UE CSy – module P4

ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS DANS L'ESPACE D'ÉTAT

EPREUVE DE RATTRAPAGE

(Notes de cours et TD autorisées)

– Durée : 1,5 heures –

Exercice 1 : (5 points)

On s'intéresse au système décrit par la représentation d'état suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

1.1) Montrer que ce système est instable.

On souhaite stabiliser le système grâce à une commande par retour d'état qui confère au système bouclé les pôles $-1 \pm j$.

1.2) Calculer la matrice de retour d'état qui satisfait au cahier des charges.

Exercice 2 : (6 points)

On considère le système d'entrée $u(t)$ et de sortie $y(t)$ représenté par le schéma de la figure 1.

2.1) Calculer la fonction de transfert $\dfrac{Y(p)}{U(p)}$. Donner ses pôles.

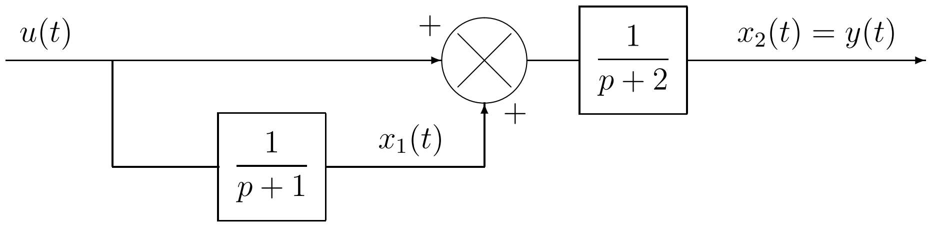

FIG. 1 – Un système continu

2.2) Donner la représentation d'état associée au vecteur d'état $x = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$

2.3) Re-calculer la fonction de transfert $\dfrac{Y(p)}{U(p)}$ à partir de la représentation d'état.

On souhaite améliorer la rapidité de ce système grâce à une commande par retour d'état qui confère au système bouclé un pôle double en -3.

2.4) Calculer la matrice de retour d'état qui satisfait au cahier des charges. Conclure.

Exercice 3 : (5 points)

Le comportement d'un système à 2 entrées u_1 et u_2 est décrit par les équations suivantes :

$$\ddot{z}_1 + 3\,\ddot{z}_2 + 4\,\dot{z}_1 + z_1 = u_1 - 2\,u_2$$

$$\ddot{z}_2 + 2\,\ddot{z}_1 + \dot{z}_2 + z_2 = u_1 + u_2$$

On pose comme variables d'état : $x_1 = z_1$, $x_2 = z_2$, $x_3 = \dot{z}_1$, $x_4 = \dot{z}_2$.

3.1) Donner l'équation d'état de ce système.

3.2) Quelle est l'équation de sortie si z_1 et z_2 sont les sorties du système ?

3.3) Même question si les sorties sont z_1 et $\dot{z}_2$.

Exercice 4 : (4 points)

On considère le système à 3 variables d'état x_1, x_2, et x_3 représenté sur la figure 2. $u(t)$ désigne le signal d'entrée et $y(t)$ le signal de sortie.

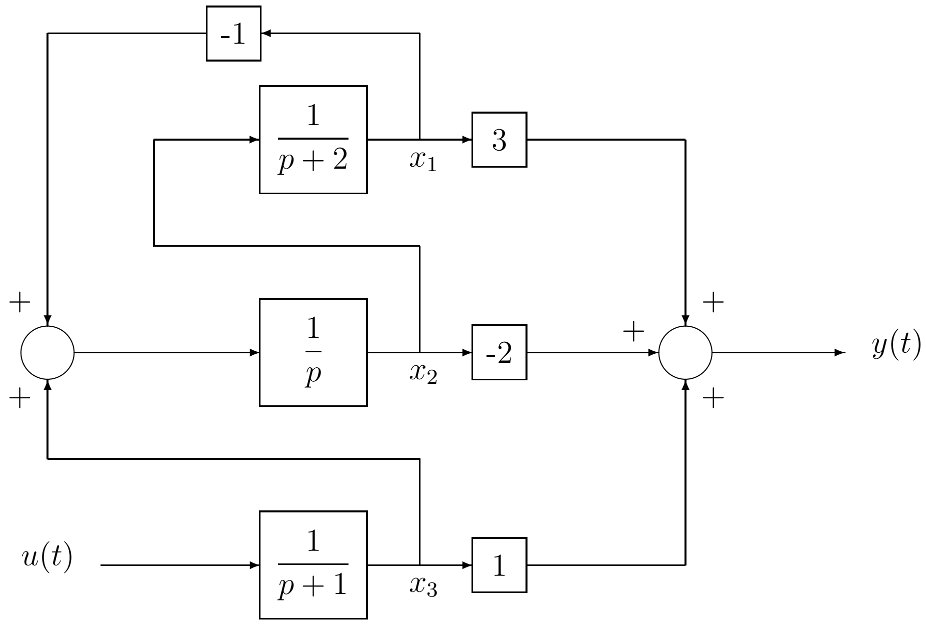

FIG. 2 –

4.1) Écrire les équations d'état de ce système.