

**AUTOMATIQUE**  
**ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES**  
**ÉCHANTILLONNÉS**  
EPREUVE DE RATRAPAGE  
(Notes de cours et TD autorisées)

On se propose de réaliser la commande du système analogique de fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{K}{p}$$

On procède au bouclage du système, en échantillonné, suivant le schéma de la figure 1.

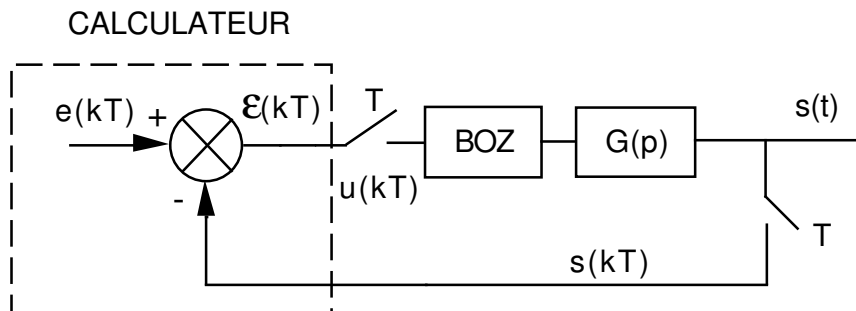


FIG. 1 – Asservissement échantillonné simple

BOZ désigne un bloqueur d'ordre zéro.

Pour les applications numériques (à ne faire que lorsqu'elles sont demandées), on prendra  $K = 20$  et une période d'échantillonnage  $T = 5$  ms.

- 1) Calculer la fonction de transfert numérique équivalente au procédé analogique  $G(p)$  précédé du BOZ. On la notera  $G_e(z)$ .

- 2) Montrer que la fonction de transfert échantillonnée  $\frac{S(z)}{E(z)}$  est de la forme  $\frac{\alpha}{z + \beta}$  où  $\alpha$  et  $\beta$  dépendent de  $K$  et  $T$ . Donner son gain statique.
- 3) En déduire l'équation récurrente liant les échantillons de sortie  $s(kT)$  aux échantillons d'entrée  $e(kT)$ .
- 4) Pour une entrée en échelon unité (système initialement au repos), calculer  $s(0)$ ,  $s(T)$ ,  $s(2T)$ ,  $s(3T)$  et  $s(+\infty)$  (application numérique).
- 5) Étudier la stabilité du système asservi en fonction de  $K$  et  $T$ .
- 6) Calculer la fonction de transfert échantillonnée  $\frac{\varepsilon(z)}{E(z)}$ .
- 7) Calculer la valeur de l'erreur en régime permanent  $\varepsilon(+\infty)$  pour une entrée en échelon de position unité (application numérique).
- 8) Calculer la valeur de l'erreur en régime permanent  $\varepsilon(+\infty)$  pour une entrée en rampe de pente 1 (application numérique).

Pour une entrée en rampe de pente 1, on souhaite que l'erreur en régime permanent  $\varepsilon(+\infty)$  soit égale à 0,02.

Pour cela, on procède au bouclage du système, en échantillonné, suivant le schéma de la figure 2, avec :

$$G_c(z) = K_i \frac{z}{z - 1}$$

Pour les applications numériques (à ne faire que lorsqu'elles sont demandées), on prendra  $K = 20$ ,  $K_i = 1,25$  et une période d'échantillonnage  $T = 5$  ms ; la valeur de  $K_p$  sera déterminée à la question **12**).

- 9) Montrer que la fonction de transfert échantillonnée  $\frac{\varepsilon(z)}{E(z)}$  s'écrit :

$$\frac{\varepsilon(z)}{E(z)} = \frac{z^2 + a z + c}{z^2 + b z + c}$$

avec :  $a = K K_p T - 2$  ;  $b = K K_i T + K K_p T - 2$  ;  $c = 1 - K K_p T$

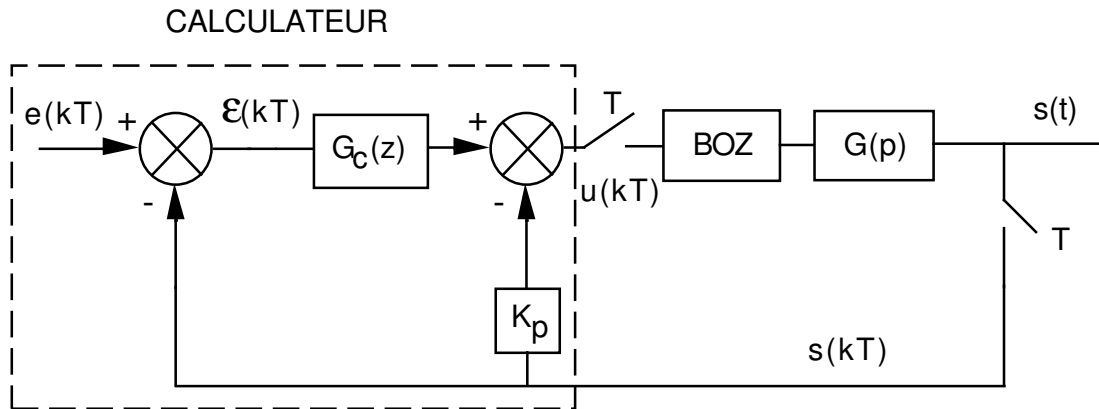


FIG. 2 – Asservissement échantillonné avec correction

- 10) Calculer la valeur de l'erreur en régime permanent  $\varepsilon(+\infty)$  pour une entrée en échelon de position unité.
- 11) Calculer la valeur de l'erreur en régime permanent  $\varepsilon(+\infty)$  pour une entrée en rampe de pente 1<sup>1</sup>.
- 12) En déduire la valeur de  $K_p$  permettant de satisfaire la précision recherchée ( $\varepsilon(+\infty) = 0,02$ ) vis-à-vis d'une entrée en rampe de pente 1 (application numérique).

---

<sup>1</sup>Attention à la forme indéterminée  $\frac{0}{0}$ .