

**UE CSy - module M1**  
**MODÉLISATION PAR FONCTION DE TRANSFERT ET ANALYSE**  
**DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS**

(Notes de cours et TD autorisées)

– Durée : 1,5 heures –

---

Exercice 1 (8 points)

---

On considère une vanne de type « normalement ouverte » et une vanne de type « normalement fermée ».

- 1.1)** Expliquer pourquoi il existe 2 types de vanne. Donner un exemple d'utilisation de chaque type de vanne.

Une phase d'identification expérimentale menée sur chacune des vannes a permis d'identifier les 2 fonctions de transfert suivantes (entrée : tension en V ; sortie : débit en  $\text{m}^3/\text{mn}$ ) :

$$T_1(p) = \frac{-1}{2p+1} \quad ; \quad T_2(p) = \frac{2}{p+2}$$

- 1.2)** A quel type de vanne correspond la fonction de transfert  $T_1(p)$  ? Expliquer. Même question pour  $T_2(p)$ .

La figure 1 représente le diagramme de Bode de chacune des 2 vannes.

- 1.3)** Associer chaque courbe à la vanne qui lui correspond. Expliquer.

On considère la vanne de type « normalement fermée ».

- 1.4)** Lorsque sa tension d'entrée varie de 1 V, de combien aura varié son débit de sortie si on attend le régime permanent ? Expliquer.  
On notera  $Q_f$  cette valeur.

1.5) Au bout de combien de temps le débit aura-t-il varié de  $\frac{Q_f}{2}$  ?

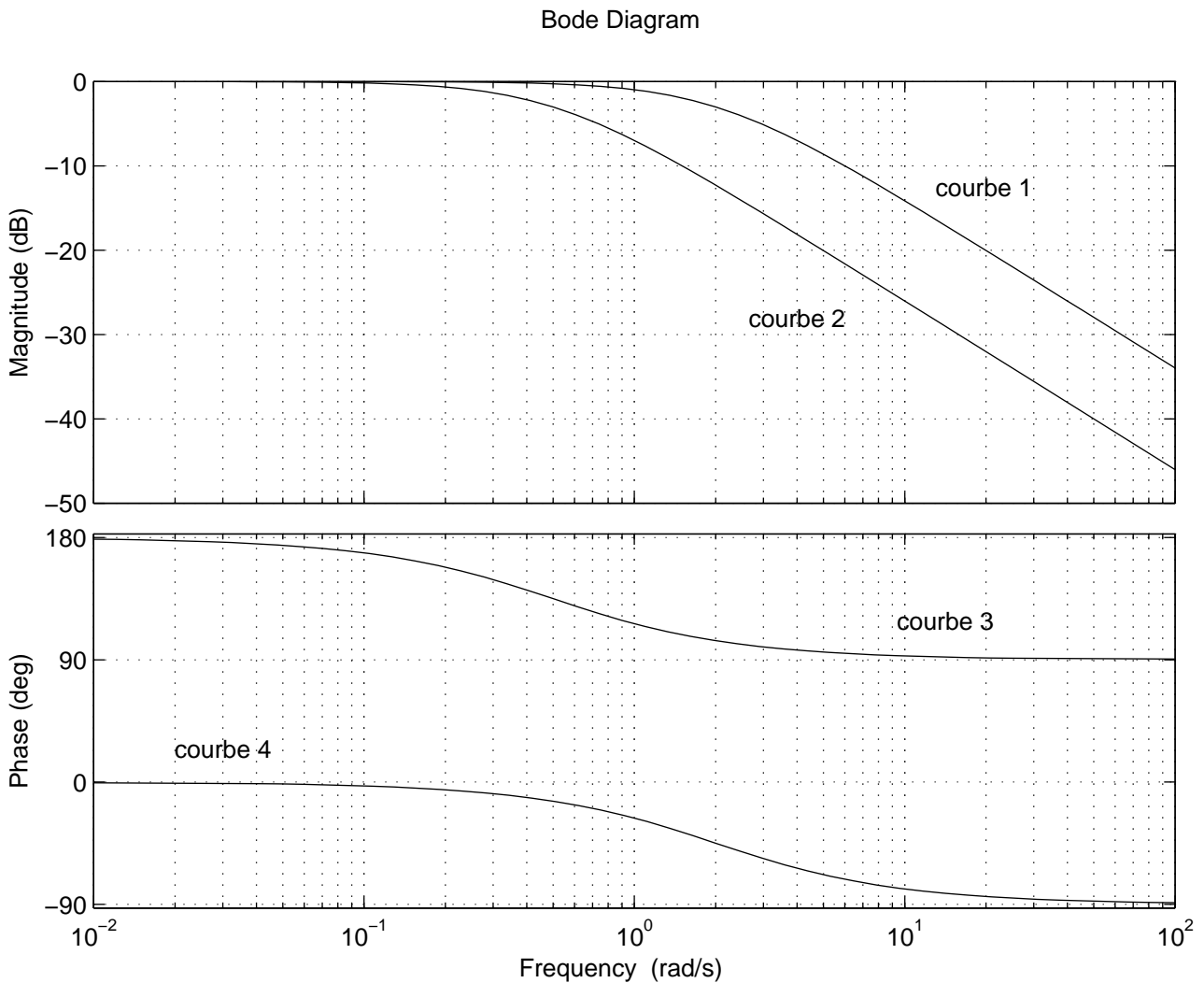


FIG. 1: [EXERCICE 1] : diagrammes de Bode

---

Exercice 2 (7 points)

---

On considère un système non-linéaire d'entrée  $e(t)$  et de sortie  $s(t)$  décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{ds(t)}{dt} + 2s^2(t) = e(t)$$

2.1) Déterminer l'équation différentielle du système linéarisé autour du point de fonctionnement  $(\bar{e}, \bar{s})$ .

On désigne par  $e^*(t)$  et  $s^*(t)$  les variations de l'entrée et de la sortie respectivement.

On pose :  $\bar{s} = 1$ .

2.2) Calculer la réponse  $s^*(t)$  pour une entrée  $e^*(t)$  égale à  $e^{-3t}$ .

---

Exercice 3 (5 points)

---

Le système représenté sur la figure 2 est chargé de maintenir la température d'une enceinte au moyen d'un circuit primaire et d'un circuit secondaire. Le chauffage est assuré par un échangeur thermique entre les deux circuits. Une vanne permet de réguler le débit du fluide calorifique du circuit primaire dans l'échangeur. Le débit dans le circuit secondaire est assuré par une pompe.

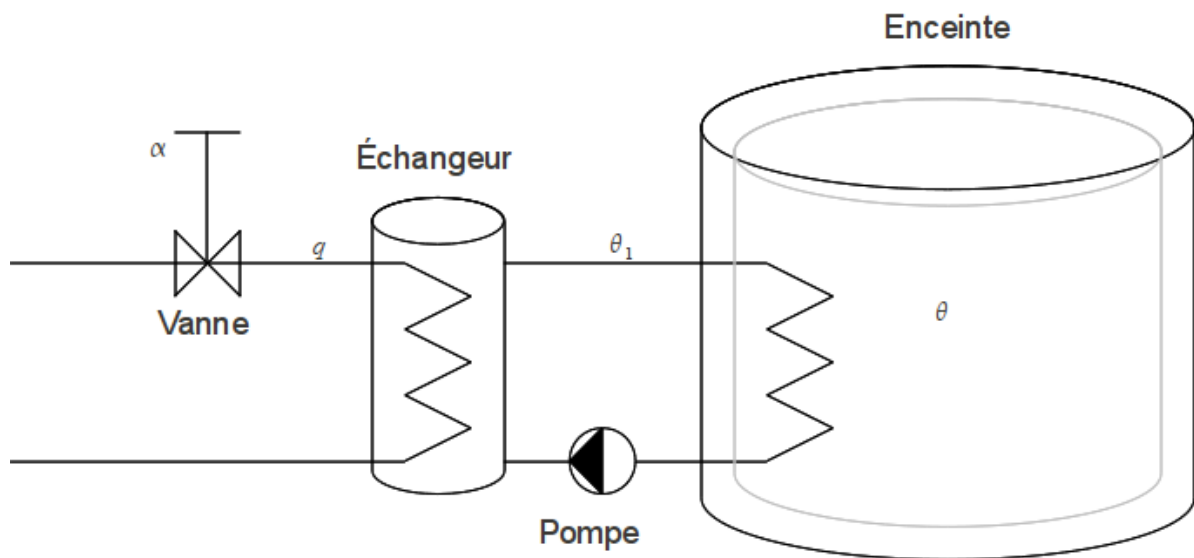


FIG. 2: [EXERCICE 3] : Enceinte chauffée

Paramétrage :

- $\alpha(t)$  : angle d'ouverture de la vanne ;
- $q(t)$  : débit du circuit primaire dans l'échangeur ;
- $\theta_1(t)$  : température de fluide dans le circuit secondaire à la sortie de l'échangeur ;
- $\theta(t)$  : température dans l'enceinte.

Toutes les variables considérées représentent des variables d'écart par rapport à un point de fonctionnement du système.

Le système est régi par les équations suivantes :

a) loi de fonctionnement de la vanne reliant le débit et l'angle d'ouverture de la vanne :

$$q(t) = k_0 \alpha(t)$$

b) transfert de chaleur dans l'échangeur :

$$\theta_1(t) + \tau_1 \frac{d\theta_1(t)}{dt} = k_1 q(t)$$

c) transfert de chaleur dans l'enceinte :

$$\theta(t) + \tau_2 \frac{d\theta(t)}{dt} = k_2 \theta_1(t)$$

L'entrée du système est l'angle d'ouverture de la vanne  $\alpha(t)$  et la sortie la température de l'enceinte  $\theta(t)$ .

**3.1)** Représenter le système par un schéma-blocs faisant intervenir 3 blocs.

**3.2)** Calculer la fonction de transfert relative à chacun des blocs.

**3.3)** En déduire la fonction de transfert globale du système complet.