

UE CSy - module P3
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES
ÉCHANTILLONNÉS

(Notes de cours et TD autorisées)

– Durée : 2 heures –

Exercice 1 : (6 points)

On considère le système échantillonné de la figure 1.

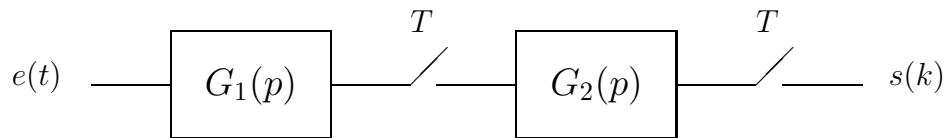


FIG. 1 – Un système échantillonné

On suppose que l'entrée (continue) est un échelon de position unité.

On a :

$$G_1(p) = \frac{1}{p} \quad ; \quad G_2(p) = B_0(p) H(p) \quad ; \quad H(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$$

où $B_0(p)$ désigne un bloqueur d'ordre zéro.

Pour les applications numériques, on prendra : $K = 10$, $\tau = 5$ s et $T = 0,1$ s.

1.1) Calculer $S(z)$.

1.2) En utilisant la méthode de la division, calculer $s(0)$, $s(T)$, $s(2T)$ et $s(3T)$.

1.3) Calculer $s(+\infty)$.

Exercice 2 : (14 points)

On souhaite réaliser la commande numérique du système continu ayant pour fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{1}{(p+1)(p+6)}$$

On choisit une période d'échantillonnage égale à $T = 0,1$ s.

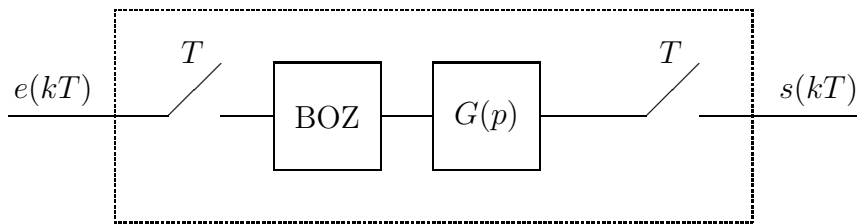


FIG. 2 – Système échantillonné en boucle ouverte

On montre que la fonction de transfert en boucle ouverte du système échantillonné constitué du système continu $G(p)$ précédé d'un BOZ (cf. Figure 2) est égale à :

$$G_e(z) = \mathcal{Z} [B_0(p) G(p)] = 0,004 \frac{z + 0,7922}{z^2 - 1,4536z + 0,4966}$$

2.1) Calculer¹ les pôles de ce système échantillonné.
Est-il stable ?

2.2) Quel est son gain statique ?

On réalise l'asservissement représenté sur la figure 3 où $C(z)$ représente le correcteur numérique utilisé.

2.3) Déterminer l'expression de la FTBO et de la FTBF en fonction de $C(z)$ et de $G_e(z)$.

¹On veillera à exprimer le résultat avec 4 chiffres significatifs.

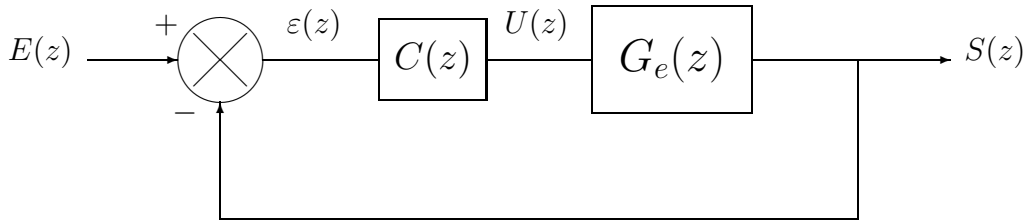


FIG. 3 – Système échantillonné en boucle fermée

Dans un premier temps, on utilise un correcteur proportionnel $C(z) = K$.

- 2.4)** Calculer en fonction de K le gain statique du système bouclé.
 Quelle valeur de K confère au système bouclé un gain statique égal à 0,5 ?
 Peut-on régler la valeur de K pour que le gain statique du système bouclé soit égal à 1 ?

Dans un deuxième temps, on implante un correcteur numérique représenté par la fonction de transfert :

$$C(z) = K \frac{z - a}{z - 1}$$

où K et a sont des constantes.

- 2.5)** Ecrire l'algorithme (équation de récurrence) qui doit être implanté dans le calculateur.
- 2.6)** Que devient la FTBO si on choisit $a = 0,9047$?
- 2.7)** Pour le réglage de la question **2.6)**, calculer la FTBF et en déduire l'équation récurrente liant les échantillons de sortie $s(k)$ aux échantillons d'entrée $e(k)$.
- 2.8)** Calculer $s(0)$, $s(T)$, $s(2T)$ et $s(+\infty)$ lorsque l'entrée est un échelon de position unité.

Comme troisième solution, on implante dans le calculateur l'algorithme suivant :

$$u(k+1) = 0,2078 u(k) + 0,7922 u(k-1) + 250 K [\varepsilon(k+1) - 1,4536 \varepsilon(k) + 0,4966 \varepsilon(k-1)]$$

où K représente un gain variable.

- 2.9)** Quelle est la fonction de transfert du correcteur $C(z)$ correspondant ?
Factoriser cette fonction de transfert.
- 2.10)** Que vaut la FTBO² ? Que vaut la FTBF ?
Que vaut le gain statique de la FTBF ?
- 2.11)** Etudier la stabilité du système bouclé en fonction de K .
- 2.12)** Que se passe-t-il lorsqu'on choisit $K = 1$?
Quel est l'intérêt d'un tel réglage ?

²Des simplifications devraient apparaître :)