

**UE CSy - module P3**  
**ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES**  
**ÉCHANTILLONNÉS**

(Notes de cours et TD autorisées)

– Durée : 2 heures –

---

Exercice 1 : (6 points)

---

On considère le système échantillonné de la figure 1.

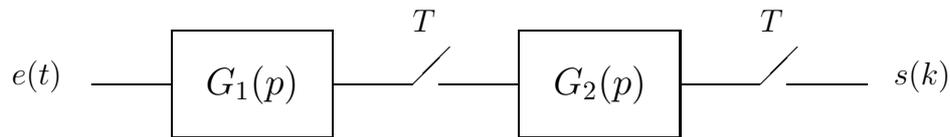


FIG. 1 – Un système échantillonné

On suppose que l'entrée (continue) est un échelon de position unité.

On a :

$$G_1(p) = \frac{1}{p} \quad ; \quad G_2(p) = B_0(p) H(p) \quad ; \quad H(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$$

où  $B_0(p)$  désigne un bloqueur d'ordre zéro.

Pour les applications numériques, on prendra :  $K = 10$ ,  $\tau = 5$  s et  $T = 0,1$  s.

**1.1)** Calculer  $S(z)$ .

**1.2)** En utilisant la méthode de la division, calculer  $s(0)$ ,  $s(T)$ ,  $s(2T)$  et  $s(3T)$ .

**1.3)** Calculer  $s(+\infty)$ .

---

Exercice 2 : (14 points)

---

On souhaite réaliser la commande numérique du système continu ayant pour fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{1}{(p+1)(p+6)}$$

On choisit une période d'échantillonnage égale à  $T = 0,1$  s.

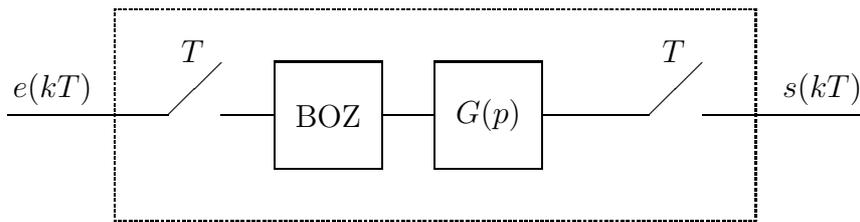


FIG. 2 – Système échantillonné en boucle ouverte

On montre que la fonction de transfert en boucle ouverte du système échantillonné constitué du système continu  $G(p)$  précédé d'un BOZ (cf. Figure 2) est égale à :

$$G_e(z) = \mathcal{Z} [B_0(p) G(p)] = 0,004 \frac{z + 0,7922}{z^2 - 1,4536z + 0,4966}$$

**2.1)** Calculer<sup>1</sup> les pôles de ce système échantillonné.  
Est-il stable ?

**2.2)** Quel est son gain statique ?

On réalise l'asservissement représenté sur la figure 3 où  $C(z)$  représente le correcteur numérique utilisé.

**2.3)** Déterminer l'expression de la FTBO et de la FTBF en fonction de  $C(z)$  et de  $G_e(z)$ .

---

<sup>1</sup>On veillera à exprimer le résultat avec 4 chiffres significatifs.

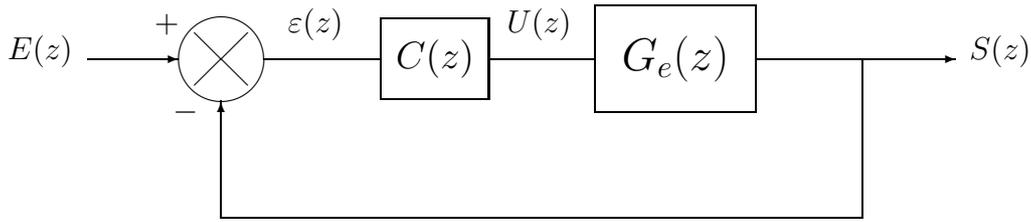


FIG. 3 – Système échantillonné en boucle fermée

Dans un premier temps, on utilise un correcteur proportionnel  $C(z) = K$ .

- 2.4)** Calculer en fonction de  $K$  le gain statique du système bouclé.  
 Quelle valeur de  $K$  confère au système bouclé un gain statique égal à 0,5 ?  
 Peut-on régler la valeur de  $K$  pour que le gain statique du système bouclé soit égal à 1 ?

Dans un deuxième temps, on implante un correcteur numérique représenté par la fonction de transfert :

$$C(z) = K \frac{z - a}{z - 1}$$

où  $K$  et  $a$  sont des constantes.

- 2.5)** Ecrire l'algorithme (équation de récurrence) qui doit être implanté dans le calculateur.
- 2.6)** Que devient la FTBO si on choisit  $a = 0,9047$  ?
- 2.7)** Pour le réglage de la question **2.6)**, calculer la FTBF et en déduire l'équation récurrente liant les échantillons de sortie  $s(k)$  aux échantillons d'entrée  $e(k)$ .
- 2.8)** Calculer  $s(0)$ ,  $s(T)$ ,  $s(2T)$  et  $s(+\infty)$  lorsque l'entrée est un échelon de position unité.

Comme troisième solution, on implante dans le calculateur l'algorithme suivant :

$$u(k+1) = 0,2078 u(k) + 0,7922 u(k-1) + 250 K [\varepsilon(k+1) - 1,4536 \varepsilon(k) + 0,4966 \varepsilon(k-1)]$$

où  $K$  représente un gain variable.

- 2.9)** Quelle est la fonction de transfert du correcteur  $C(z)$  correspondant ?  
Factoriser cette fonction de transfert.
- 2.10)** Que vaut la FTBO<sup>2</sup> ? Que vaut la FTBF ?  
Que vaut le gain statique de la FTBF ?
- 2.11)** Etudier la stabilité du système bouclé en fonction de  $K$ .
- 2.12)** Que se passe-t-il lorsqu'on choisit  $K = 1$  ?  
Quel est l'intérêt d'un tel réglage ?

---

<sup>2</sup>Des simplifications devraient apparaître :)