

UE CSy – module P4
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS
DANS L'ESPACE D'ÉTAT
EPREUVE DE RATTRAPAGE
(Notes de cours et TD autorisées)
– Durée : 1,5 heures –

Exercice 1 : (12 points)

On considère un système multivariables à 2 entrées $u_1(t)$, $u_2(t)$ et 2 sorties $y_1(t)$, $y_2(t)$.

Une phase d'identification fréquentielle a permis d'établir que :

$$\begin{bmatrix} 1 + 6p & 2p \\ 1 + 8p & 1 + 11p \end{bmatrix} Y(p) = \begin{bmatrix} 3 & -\frac{1}{3} \\ \frac{3}{2} & -1 \end{bmatrix} U(p)$$

avec : $U(p) = \begin{bmatrix} U_1(p) \\ U_2(p) \end{bmatrix}$ et $Y(p) = \begin{bmatrix} Y_1(p) \\ Y_2(p) \end{bmatrix}$.

- 1.1)** En déduire le système d'équations différentielles reliant $u_1(t)$, $u_2(t)$, $y_1(t)$, $y_2(t)$, $\dot{y}_1(t)$ et $\dot{y}_2(t)$.
- 1.2)** Donner la représentation d'état du système correspondant au vecteur d'état $x(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}$.
- 1.3)** Ce système est-il stable ? commandable ? observable ?
- 1.4)** Calculer la matrice de transfert du système (2 méthodes possibles).

Exercice 2 : (8 points)

On considère le système dont une représentation d'état est donnée par :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} \quad ; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad D = 0$$

- 2.1) Ce système est-il stable ?
- 2.2) Calculer la commande par retour d'état de la forme $u(t) = \lambda w(t) - K x(t)$ qui confère au système en boucle fermée une réponse indicielle avec un dépassement de 10%, un temps de réponse à 5% de 2 s et une erreur statique nulle. $w(t)$ désigne le signal d'entrée de la boucle fermée.
- 2.3) Donner la FTBF du système.

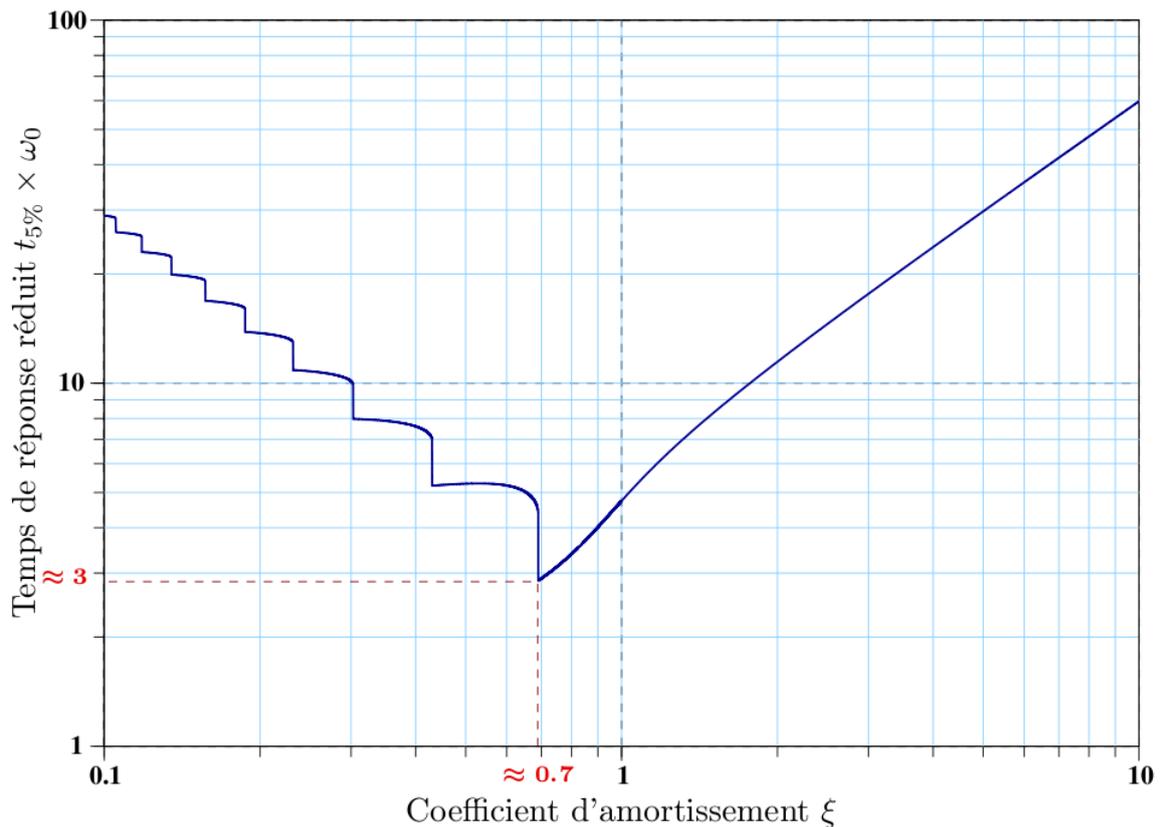


FIG. 1 – Temps de réponse à 5% d'un système du second ordre de coefficient d'amortissement ξ et de pulsation w_0