

M1 – U.E. CSy

Examen Ecrit du Module P2

23 novembre 2011 – Durée 2h – Documents non autorisés
Les cinq exercices sont indépendants.

N.B. : Vous joindrez à votre copie la feuille volante (page 7) comprenant l'asservissement de la question I et le tableau de la question V à compléter. N'oubliez pas de porter votre prénom et votre nom sur cette feuille.

—

Exercice I – Schéma-blocs [2 points]

On considère l'asservissement représenté sur la figure 7.

On note :

$L(p)$ la fonction de transfert du système à commander ;

$M(p)$ la fonction de transfert de l'organe de mesure (capteur) ;

$N(p)$ la fonction de transfert du correcteur.

Les transformées de Laplace des principaux signaux mis en jeu dans l'asservissement sont notées :

$E(p)$ pour le signal de consigne (référence) ;

$V(p)$ pour la variable à commander ;

$U(p)$ pour le signal de commande.

1. Faire apparaître sur le schéma-blocs de la figure 7 (page 7) les trois fonctions de transfert ainsi que les trois signaux considérés ;
2. Sur ce même graphique, entourer clairement l'ensemble constituant le **système de commande**.

Exercice II – Marges de stabilité [7 points]

On considère l'asservissement représenté sur la figure 1.

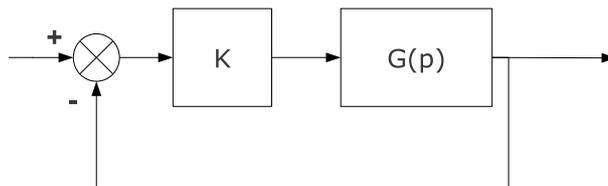


FIGURE 1 – Asservissement de l'exercice II

On donne :

$$G(p) = \frac{2}{(p+1)^4}$$

Le gain K est variable.

3. Donner l'expression de la fonction de transfert $T(p)$ en boucle ouverte.
4. Donner l'expression de la fonction de transfert $F(p)$ en boucle fermée.

On pose $T_1(p)$ la fonction de transfert en boucle ouverte pour $K = 1$.

5. Calculer $|T_1(j\omega)|$ et $\arg\{T_1(j\omega)\}$.
6. Calculer la valeur de pulsation ω_0 pour laquelle $|T_1(j\omega_0)| = 1$.
Quelle est la valeur de l'argument $\arg\{T_1(j\omega_0)\}$?
7. Calculer la valeur de pulsation ω_1 pour laquelle $\arg\{T_1(j\omega_1)\} = -180^\circ$.
Quelle est la valeur du module $|T_1(j\omega_1)|$?
8. En vous appuyant sur les questions précédentes et en étudiant le comportement asymptotique de la fonction ainsi que le sens de variation de son module et de son argument, esquisser l'allure du lieu de transfert de la boucle ouverte $T_1(p)$ dans le plan de Nyquist.
9. Pour $K = 1$, l'asservissement est-il stable ? Justifier.
10. Dédire des questions précédentes la valeur de la marge de phase.
11. Dédire des questions précédentes la valeur de la marge de gain. Commenter ce résultat.

Exercice III – Analyse d'un asservissement [5 points]

Soit l'asservissement représenté sur la figure 2 :

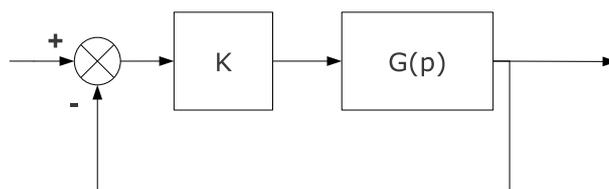


FIGURE 2 – Asservissement de l'exercice III

La fonction de transfert du système à commander s'écrit :

$$G(p) = \frac{1}{(p+5)(p-0.5)}$$

Le gain K de correction proportionnelle est variable.

12. Le système de fonction de transfert $G(p)$ est-il stable ? Justifier.
13. En utilisant le critère de Routh rappelé en fin d'exercice, donner la condition sur K pour que le système en boucle fermée soit stable ?

14. Quel est l'avantage principal de la correction proportionnelle dans le cas de cet asservissement ?

On choisit $K = 3$.

15. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée.
16. Quels sont ses pôles ? Dans ce cas, peut-on utiliser la notion de pôle dominant ? Si oui, quel est-il ?
17. Quel est l'ordre de grandeur du temps de réponse à 5% de l'asservissement ? Justifier la réponse.
18. Quel est le gain statique de la fonction de transfert en boucle fermée ?
19. Sur la base des réponses données aux trois questions précédentes, esquisser l'allure de la réponse indicielle (consigne échelon unitaire) de l'asservissement.

Rappel : Critère algébrique de Routh

Considérons le système de fonction de transfert

$$F(p) = \frac{N(p)}{D(p)} \quad \text{avec} \quad D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0$$

- **Condition nécessaire de stabilité** : les coefficients a_i ($i = 0, \dots, n$) doivent tous être de même signe et non nuls. Cette condition est **nécessaire mais pas suffisante**.
- **Condition nécessaire et suffisante de stabilité** : le modèle de fonction de transfert $F(p)$ sera stable si les coefficients a_i satisfont le critère de Routh.

Table de Routh

p^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots	$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$
p^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	\dots	$b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$
p^{n-2}	b_1	b_2	\dots		\vdots
p^{n-3}	c_1	c_2	\dots		$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - b_2 a_{n-1}}{b_1}$
\vdots					

Critère de Routh

- CNS de stabilité : les éléments de la première colonne de la table de Routh sont de même signe ($\neq 0$);
- Le nombre de racines à partie réelle positive du polynôme $D(p)$ est égal au nombre de changements de signe dans la première colonne de la table de Routh.

Exercice IV – Influence d'un défaut du capteur sur la précision [3 points]

On considère l'asservissement de position angulaire vu dans le TD n°4 et reporté sur la figure 3.

On suppose que le potentiomètre de sortie (capteur de la position angulaire) présente un défaut qui se traduit par un saut équivalent à un échelon de position. Ce défaut, noté $W(p)$, est modélisé

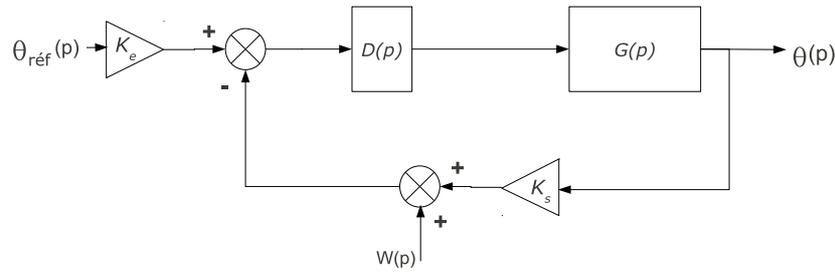


FIGURE 3 – Asservissement de position (exercice IV)

de façon additive en sortie du capteur.

20. Calculer l'expression de la sortie $\Theta(p)$ en fonction de $\Theta_{ref}(p)$, $W(p)$, $D(p)$, $G(p)$, K_e et K_s .

On rappelle que $G(p) = \frac{1.69}{p(1+0.16p)}$, $K_e = K_s = 10$ Volts/tours et on pose $D(p) = 1$.

21. Dans le cas où le capteur n'a pas de défaut ($W(p) = 0$), quelle est l'erreur de position de l'asservissement ? Justifier la réponse sans calcul.

22. Quelle est la conséquence d'un défaut du capteur équivalent à un saut de +1 volt ($W(p) = \frac{1}{p}$) sur le régime permanent de la sortie de l'asservissement ?

Exercice V – Synthèse [4 points]

On considère un asservissement dont le lieu de transfert de la boucle ouverte sans correction est représenté, dans le plan de Bode, sur le graphique de gauche de la figure 4.

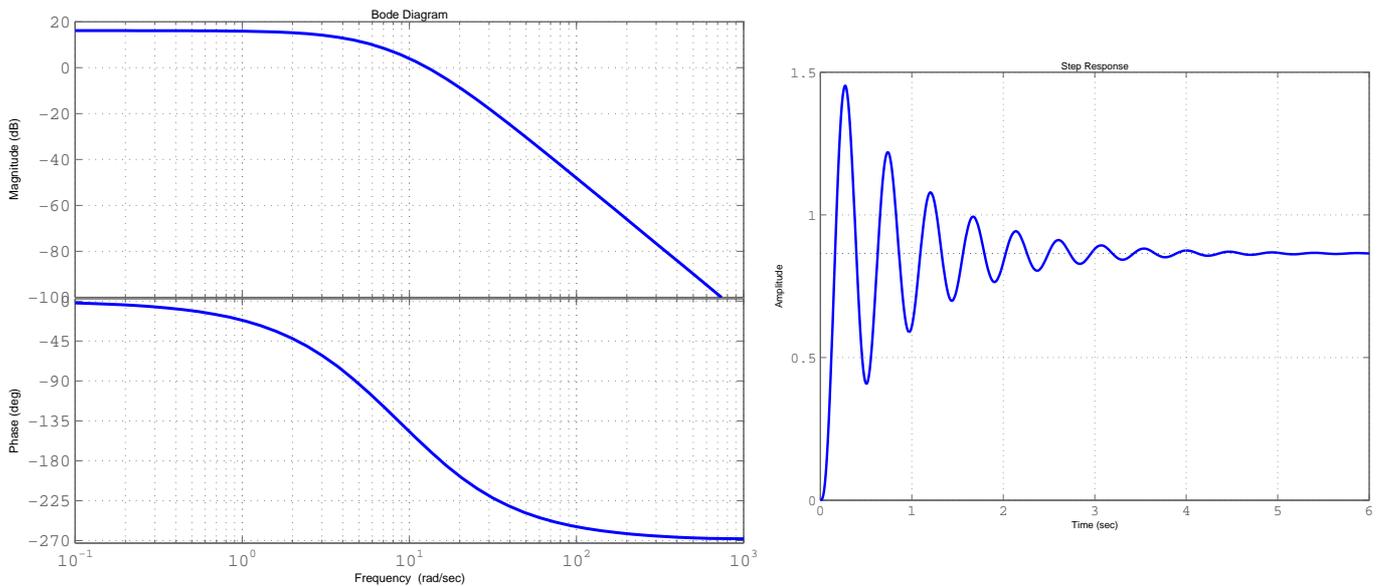


FIGURE 4 – Lieu de transfert de la boucle ouverte sans correcteur et réponse indicielle associée de l'asservissement

La réponse indicielle (consigne échelon unitaire) de l'asservissement non corrigé (équivalent à un correcteur proportionnel de gain 1) est reportée sur la figure 4 (graphique de droite).

Quatre correcteurs de type PI, PD et PID ont été synthétisés. Pour chacun d'eux, la réponse fréquentielle de la boucle ouverte corrigée est donnée sur les graphiques A, B, C et D de la figure 5. Les réponses indicielles des asservissements ainsi corrigés sont reportées, dans le désordre, sur la figure 6.

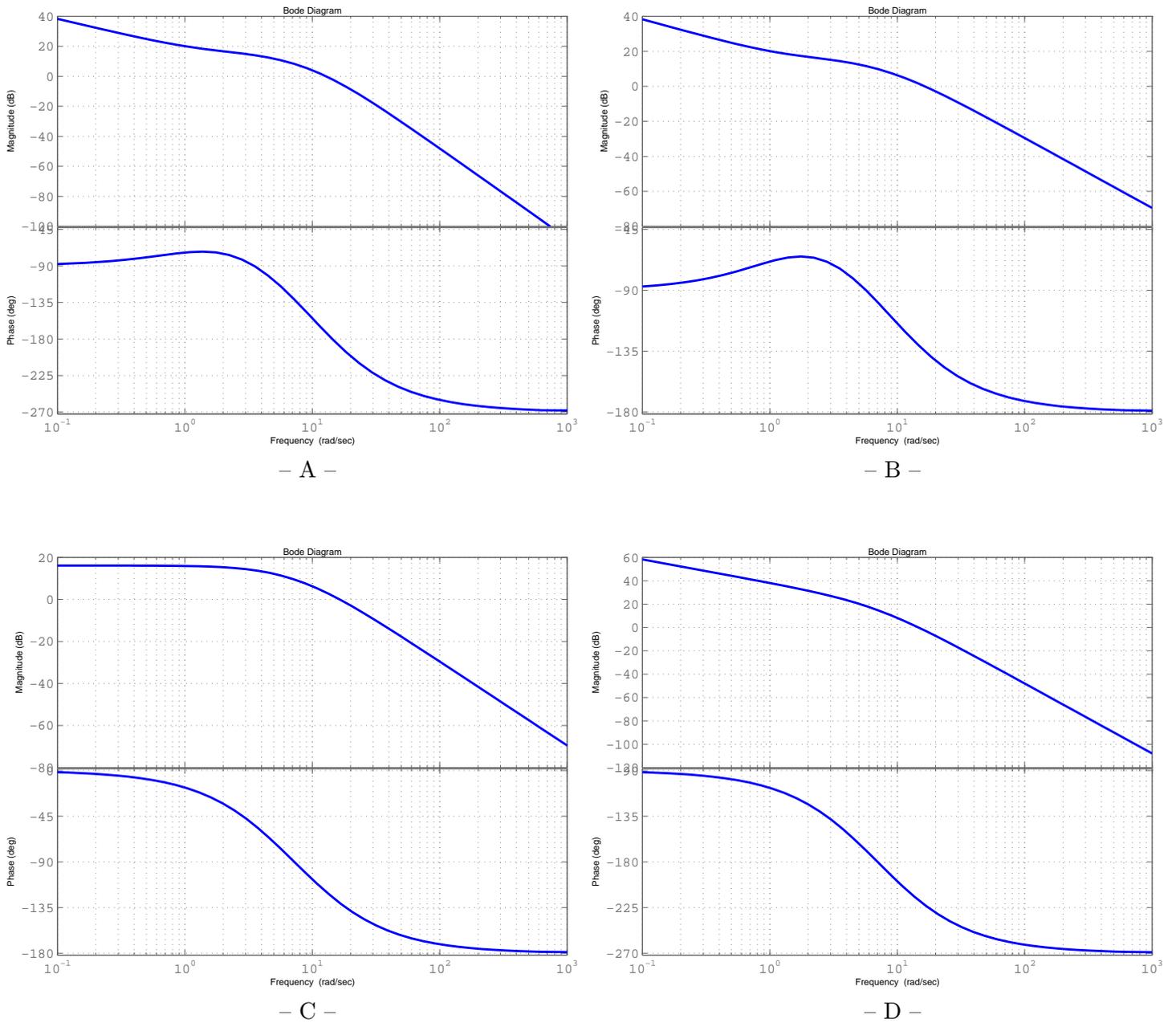
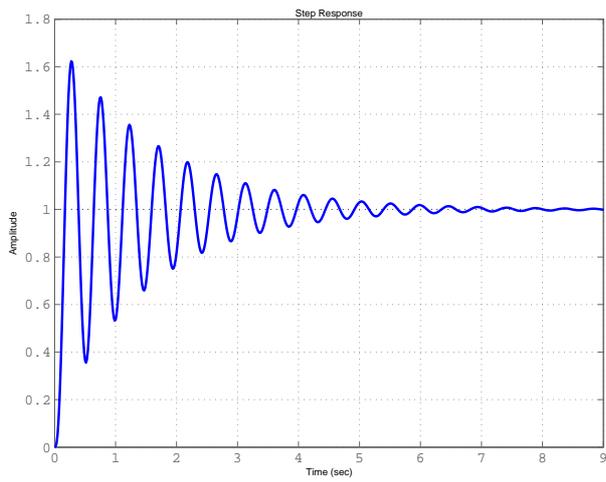
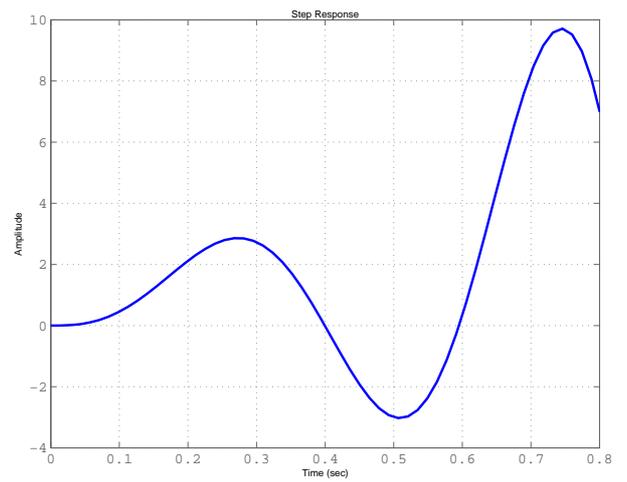


FIGURE 5 – Lieux de transfert en boucle ouverte

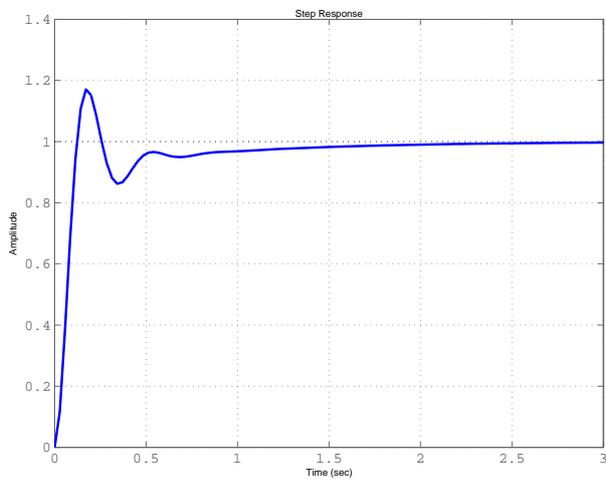
23. Compléter le tableau 1 de la page 7 en associant aux lieux de transfert A, B, C et D le type de correcteur (PI, PD ou PID) utilisé et la réponse indicielle i, j, k ou l correspondante ; la justification doit être synthétique et sans ambiguïté.



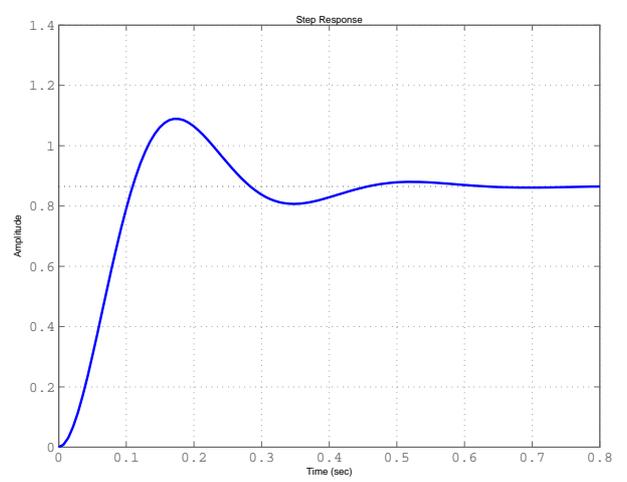
– i –



– j –



– k –



– l –

FIGURE 6 – Réponses indicielles des quatre asservissements corrigés

PRÉNOM & NOM :

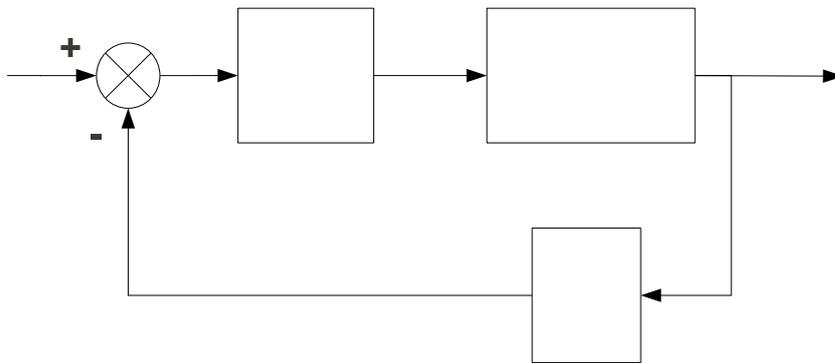


FIGURE 7 – Asservissement de l'exercice I

Lieu de transfert	type de correcteur	réponse indiciale associée	justification
<i>A</i>			
<i>B</i>			
<i>C</i>			
<i>D</i>			

TABLE 1 – Exercice V