

**UE CSy - module M1**  
**MODÉLISATION PAR FONCTION DE TRANSFERT DES SYSTÈMES**  
**LINÉAIRES CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS**  
(Notes de cours et TD autorisées)

– Durée : 1 heure –

---

Exercice 1 : (8 points)

---

On considère un système continu d'entrée  $U(t)$  et de sortie  $Y(t)$  décrit par l'équation différentielle :

$$\frac{dY(t)}{dt} + k_1 Y(t) + k_2 Y^3(t) = \alpha U(t)$$

- 1.1) Expliquer pourquoi ce système est non-linéaire.
- 1.2) Déterminer l'équation différentielle correspondant au système initial linéarisé autour d'un point de fonctionnement  $(U_0, Y_0)$ .

On pourra (ça n'est pas une obligation) utiliser la formule du développement limité d'une fonction à 2 variables :

$$f(x_1, x_2) = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2} \cdot (x_1 - \bar{x}_1) + \left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_{\bar{x}_1, \bar{x}_2} \cdot (x_2 - \bar{x}_2)$$

- 1.3) Calculer la fonction de transfert du système linéarisé.
- 1.4) De quel type est cette fonction de transfert ? Quel est son gain statique ?

---

Exercice 2 : (4 points)

---

Compléter le tableau 1.

Justifier vos réponses (en particulier pour la stabilité).

système	ordre	classe	gain statique	zéros	pôles	stable (oui/non)
$H_1(p) = \frac{3p + 6}{p^2 + p + 1}$						
$H_2(p) = \frac{p + 4}{p^2 + 3p}$						

TAB. 1

---

Exercice 3 : (4 points)

---

On considère un système échantillonné d'entrée  $x(k)$  et de sortie  $y(k)$  décrit par l'équation récurrente suivante :

$$y(k) = x(k) + a y(k - 1)$$

- 3.1)** En utilisant le théorème du retard, montrer que la transformée en  $z$  de la sortie  $y(k)$  peut s'écrire sous la forme :

$$Y(z) = \text{régime forcé} + \text{régime libre}$$

On donnera les expressions du régime forcé et du régime libre.

- 3.2)** Quelle est la fonction de transfert du système ?

---

Exercice 4 : (5 points)

---

On considère le système de fonction de transfert :

$$H(z) = \frac{2 - 0,6 z^{-3}}{2 - 3 z^{-1} - 2 z^{-2}}$$

- 4.1)** Montrer que ce système présente un retard et donner la valeur de ce retard.
- 4.2)** Donner l'ordre, le gain statique, les pôles et les zéros de la fonction de transfert.
- 4.3)** Ce système est-il stable ou instable ? Justifier.