

UE CSy - module P3
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES
ÉCHANTILLONNÉS

(Notes de cours et TD autorisées)

– Durée : 1 heure –

Exercice 1 : (8 points)

On considère le système échantillonné de la figure 1 composé d'un procédé continu $\frac{1}{p+1}$ et de deux gains (K_1 et K_2 réels). Sa fonction de transfert $\frac{Y(z)}{U(z)}$ sera notée $H(z)$.

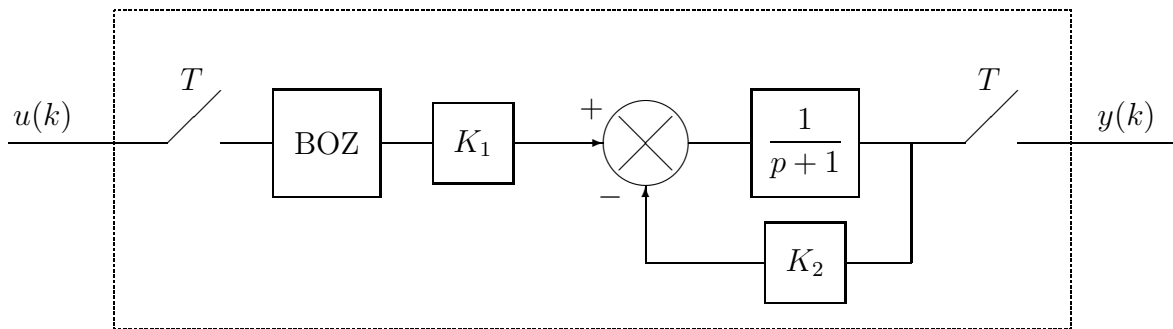


FIG. 1 – Un système échantillonné

1.1) Calculer $H(z)$.

1.2) Sous quelle(s) condition(s) ce système est-il stable ?

On choisit : $K_2 = 10 \ln(2) - 1$

1.3) On choisit une période d'échantillonnage T égale à 0,1 s.
Expliquer pourquoi ce choix vous semble correct.

1.4) Calculer le gain K_1 qui assure un gain statique unitaire au système échantillonné.

- 1.5) Donner l'équation récurrente reliant les échantillons de sortie $y(k)$ aux échantillons d'entrée $u(k)$.
- 1.6) En calculant les premiers échantillons $y(k)$ de la réponse à un échelon de position d'amplitude unité (système initialement au repos), déterminer le temps que met le système à atteindre 95% de sa valeur finale ($tr_{5\%}$).

Exercice 2 : (8 points)

On considère le système échantillonné de la figure 2.

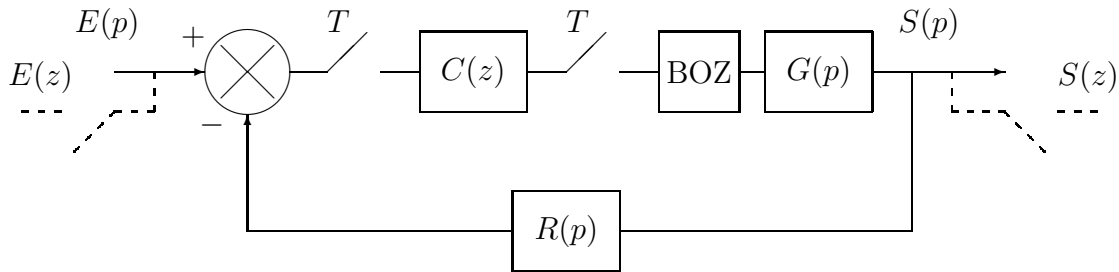


FIG. 2 – Un système échantillonné

- 2.1) En désignant par $S(z)$ la transformée en z du signal de sortie échantillonné et $E(z)$ la transformée en z du signal d'entrée échantillonné¹, montrer que l'on a :

$$\frac{S(z)}{E(z)} = \frac{C(z) \mathcal{Z}[B_0(p) G(p)]}{1 + C(z) \mathcal{Z}[B_0(p) G(p) R(p)]}$$

On considère le cas d'une commande proportionnelle ($C(z) = K$) appliquée à un procédé continu $G(p) = \frac{1}{p}$, avec un capteur continu qui peut se résumer à un retard de T secondes ($R(p) = e^{-Tp}$).

On choisit une période d'échantillonnage $T = 2$ s.

- 2.2) En déduire la fonction de transfert $\frac{S(z)}{E(z)}$ du système étudié.

¹Dans le cas présent, il s'agit d'échantillonneurs fictifs car ni l'entrée $e(t)$ et ni la sortie $s(t)$ ne sont réellement échantillonnées.

- 2.3)** En utilisant le critère de ROUTH, calculer la condition que doit respecter le gain du correcteur proportionnel K pour que le système soit stable en boucle fermée.

On désigne par $\varepsilon(z) = S(z) - E(z)$ l'erreur de l'asservissement.

- 2.4)** Calculer l'erreur en régime permanent lorsque l'entrée varie sous forme d'un échelon de position d'amplitude unité.
- 2.5)** Lorsque $K = 1$, calculer l'erreur en régime permanent lorsque l'entrée varie sous forme d'un échelon de vitesse de pente 1.

Exercice 3 : (4 points)

On considère le système numérique d'entrée $u(k)$ et de sortie $y(k)$ décrit par l'équation récurrente :

$$y(k+2) + 2y(k+1) + y(k) = u(k+1) + u(k)$$

- 3.1)** Calculer la fonction de transfert du système.
- 3.2)** Calculer de la manière la plus simple la valeur de la sortie à l'instant $t = 4T$ pour une entrée en échelon de position d'amplitude unité (système initialement au repos).