

UE CSy - module M1
MODÉLISATION PAR FONCTION DE TRANSFERT DES SYSTÈMES
LINÉAIRES CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS
(Notes de cours et TD autorisées)

– Durée : 1 heure –

Exercice 1 : Etude d'une montgolfière¹ (8 points)

L'objectif est d'asservir les variations d'altitude d'une montgolfière par rapport à une altitude de référence indiquée en traits pointillés sur la figure 1. Nous allons simplement nous intéresser ici à la modélisation du problème.

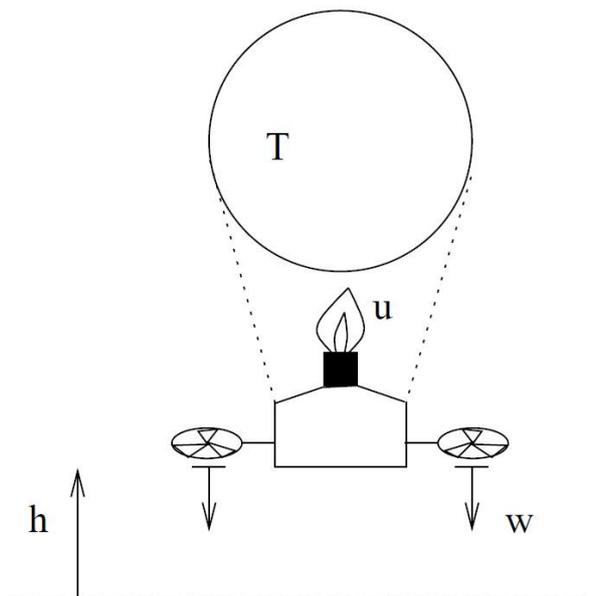


FIG. 1 – Montgolfière

L'état de la montgolfière peut être caractérisé par :

- h : l'écart d'altitude par rapport à l'altitude de référence
- T : l'écart de température par rapport à la température de l'air dans le ballon pour se maintenir à l'altitude de référence
- $v = \frac{dh}{dt}$: la vitesse verticale du ballon

¹d'après un sujet d'examen de la Maîtrise GEE à l'UPS-PCA.

Les commandes applicables (entrées du système) sont au choix :

- u : la puissance thermique dégagée par le brûleur
- w : la force verticale exercée par les hélices

L'évolution de la température du ballon est donnée par l'équation :

$$m C \frac{dT}{dt} = -k T + u$$

Le bilan mécanique conduit à :

$$m \frac{dv}{dt} = -\alpha v + \beta T + w$$

m représente la masse du système, C la capacité thermique massique de l'air à pression constante. k , α et β sont des constantes.

On se place dans la situation où seul le brûleur est employé pour commander le système ($w(t) = 0$). On s'intéresse au système d'entrée $u(t)$ et de sortie $h(t)$.

1.1) Calculer la fonction de transfert $\frac{H(p)}{U(p)}$.

1.2) Donner l'ordre, la classe, le gain statique, les pôles et les zéros du système.

1.3) En appliquant le théorème de la valeur finale, déterminer de combien s'élève la montgolfière à partir de son état d'équilibre si le brûleur génère une impulsion de puissance ($u(t) = A \delta(t)$) ?

Exercice 2 : (4 points)

La figure 2 représente la réponse à un échelon de position unité des systèmes listés dans le tableau 1.

2.1) Compléter le tableau en associant chacun des systèmes à la courbe qui lui correspond. Expliquer².

²Seules les réponses assorties d'une explication seront prises en compte lors de la correction.

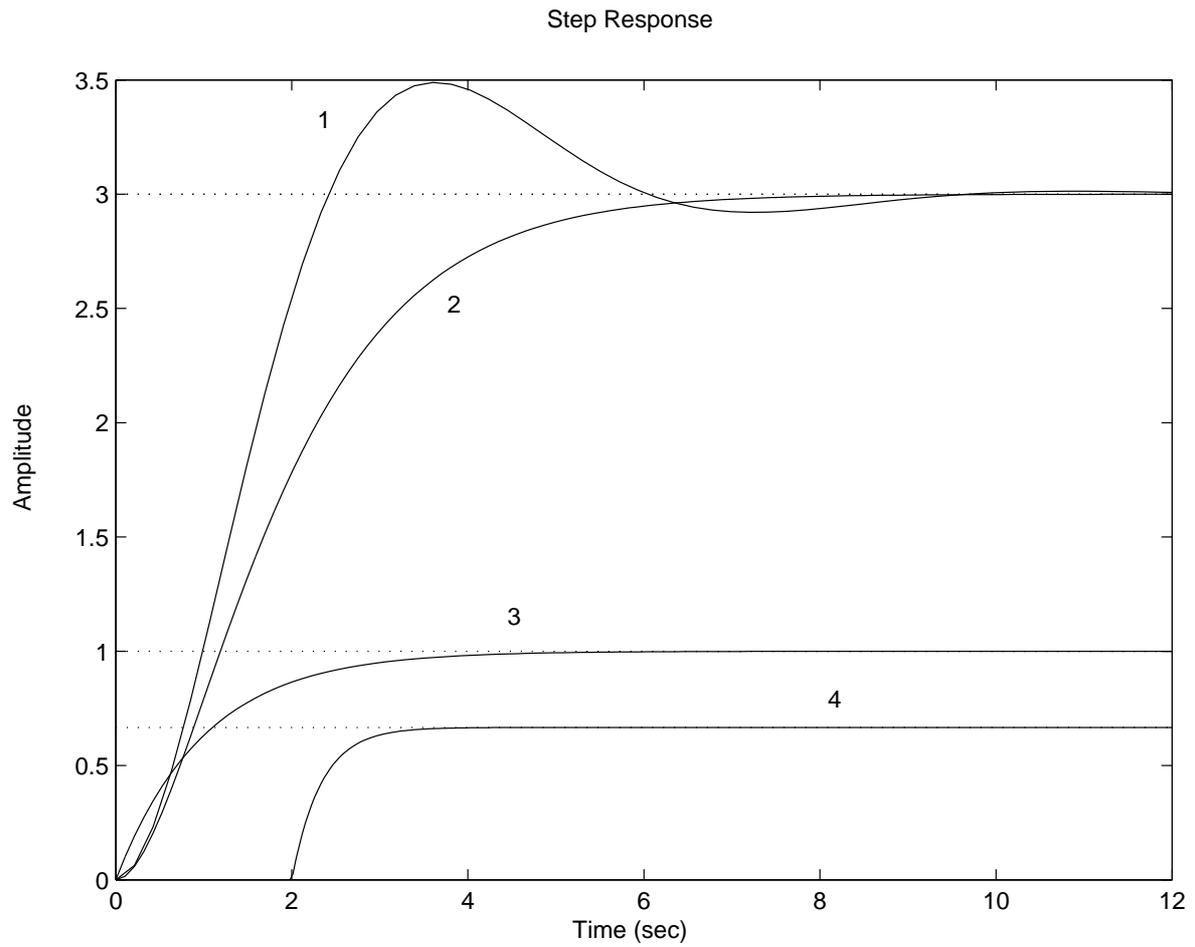


FIG. 2 – Réponses à un échelon unité

Système	Numéro de courbe
$\frac{1}{p+1}$	
$\frac{2}{p+3} e^{-2p}$	
$\frac{3}{p^2+p+1}$	
$\frac{3}{p^2+2p+1}$	

TAB. 1 – Tableau à compléter

Exercice 3 : (4 points)

On considère un système numérique d'entrée $e(k)$ et de sortie $s(k)$. La réponse du système à un échelon unitaire en entrée a pour transformée en z

$$S(z) = \frac{3}{1 - 0,5 z^{-1}}$$

- 3.1)** En déduire la fonction de transfert du système. Quel est son gain statique ?
- 3.2)** En déduire l'équation récurrente du système.

Exercice 4 : (4 points)

On considère le système échantillonné décrit par l'équation récurrente :

$$y(kT) - 1,5 y((k-1)T) - y((k-2)T) = u(kT)$$

- 4.1)** Calculer la fonction de transfert $H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)}$ correspondante.
- 4.2)** Donner l'ordre, le gain statique, les pôles et les zéros du système.
- 4.3)** Ce système est-il stable ou instable ?
Expliquer.