Ecole des Mines d'Albi-Carmaux — Mai 1999
Formation Initiale 3ième année

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS
(Notes de cours et TD autorisées)

EPREUVE DE RATTRAPAGE ET DE REMPLACEMENT

On s'intéresse à l'asservissement de position angulaire d'une antenne d'émission radio-électrique. La position de l'antenne est commandée au moyen d'un moteur électrique.

L'identification de la fonction de transfert entre la tension d'alimentation du moteur U et la position angulaire θ a fourni :

$$\frac{\theta^*(p)}{U^*(p)} = \frac{2}{p(1+0{,}2\,p)}$$

Les variables surmontées d'une $*$ désignent des variables d'écart par rapport au point de fonctionnement choisi.

On posera : $\Omega = \dfrac{d\theta}{dt}$.

$1^{\text{ère}}$ partie : analyse en boucle ouverte

1.1) Calculer l'équation différentielle reliant les grandeurs $U^*(t)$ et $\theta^*(t)$.

On choisit un vecteur d'état formé de l'angle du moteur et de sa vitesse :

$$x = \begin{bmatrix} \theta^* \\ \dfrac{d\theta^*}{dt} \end{bmatrix}$$

1.2) Calculer la représentation d'état du système d'entrée U^* et de sortie θ^*.

1.3) A partir de cette représentation d'état, calculer la fonction de transfert du système.

1.4) Quels sont les pôles du système en boucle ouverte ?

1.5) Calculer la fonction de transfert $\dfrac{\Omega^*(p)}{U^*(p)}$.

1.6) Après le régime transitoire, à quelle vitesse tourne le moteur en réponse à un échelon de tension de $1\,V$?

$2^{\text{ième}}$ partie : analyse en boucle fermée

En désignant par θ_c^* les variations de consigne, l'asservissement est obtenu par une structure de commande basée sur une boucle sur la position et une autre sur la vitesse suivant le schéma de la Figure 1.

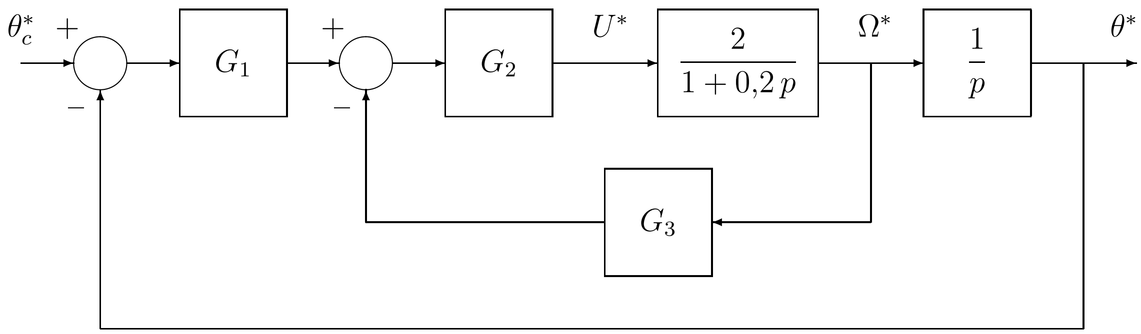

Fig. 1 –

1.7) A partir du schéma de la Figure 1, calculer l'expression de la tension de commande U^* envoyée au moteur en fonction de la consigne θ_c^*, de l'angle θ^* et de la vitesse Ω^*.

1.8) En remarquant que la loi de commande est du type **retour d'état** (Cf. Figure 2) et en notant :

$$U^* = \lambda\,\theta_c^* - K_0\,\theta^* - K_1\,\Omega^* = \lambda\,\theta_c^* - K\,x$$

calculer λ, K_0 et K_1 en fonction de G_1, G_2 et G_3.

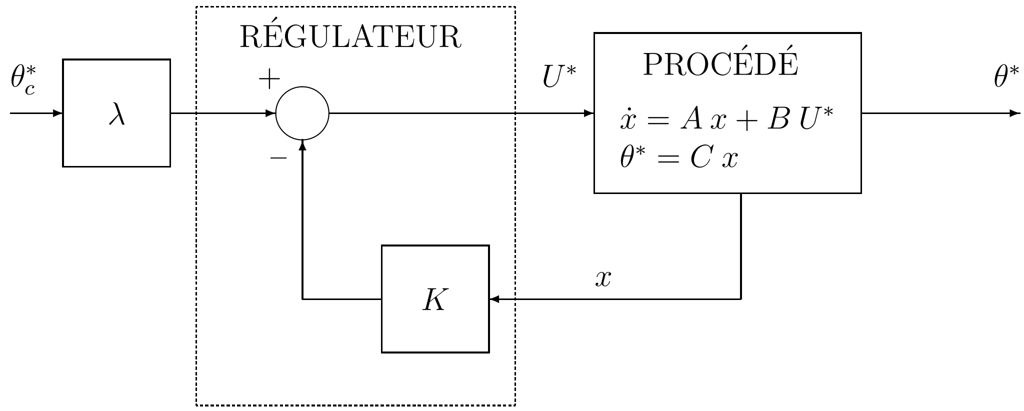

FIG. 2 –

1.9) Calculer la matrice de retour d'état K qui conduit à un système en boucle fermée présentant les 2 pôles suivants :

$$\begin{aligned} p_1 &= -4{,}24 + j\,4{,}24 \\ p_2 &= -4{,}24 - j\,4{,}24 \end{aligned}$$

1.10) Calculer la fonction de transfert du système en boucle fermée $\dfrac{\theta^*(p)}{\theta_c^*(p)}$. Quel est son gain statique? Pourquoi ce résultat était-il prévisible?