

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS
OU ÉCHANTILLONNÉS
(Notes de cours et TD autorisées)

- Les 2 exercices sont indépendants -

Exercice 1 :

On considère le système de la Figure 1.

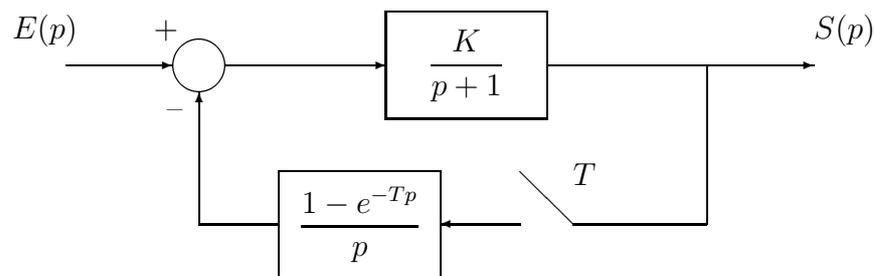


FIG. 1 –

On suppose que la fréquence d'échantillonnage est égale à 5 Hz et que le gain K est égal à 1.

- 1.1) Donner la fonction de transfert en z du système.
- 1.2) En posant $\alpha = e^{-T}$, montrer que que la réponse à un échelon unité en entrée s'écrit :

$$S(z) = \frac{(1 - \alpha)z}{(z - 1)(z + 1 - 2\alpha)}$$

- 1.3) Calculer la réponse $s(kT)$ correspondante.
- 1.4) Calculer les valeurs $s(0), s(T), s(2T), s(3T)$ et $s(+\infty)$.

Exercice 2 :

On considère le système de la Figure 2.

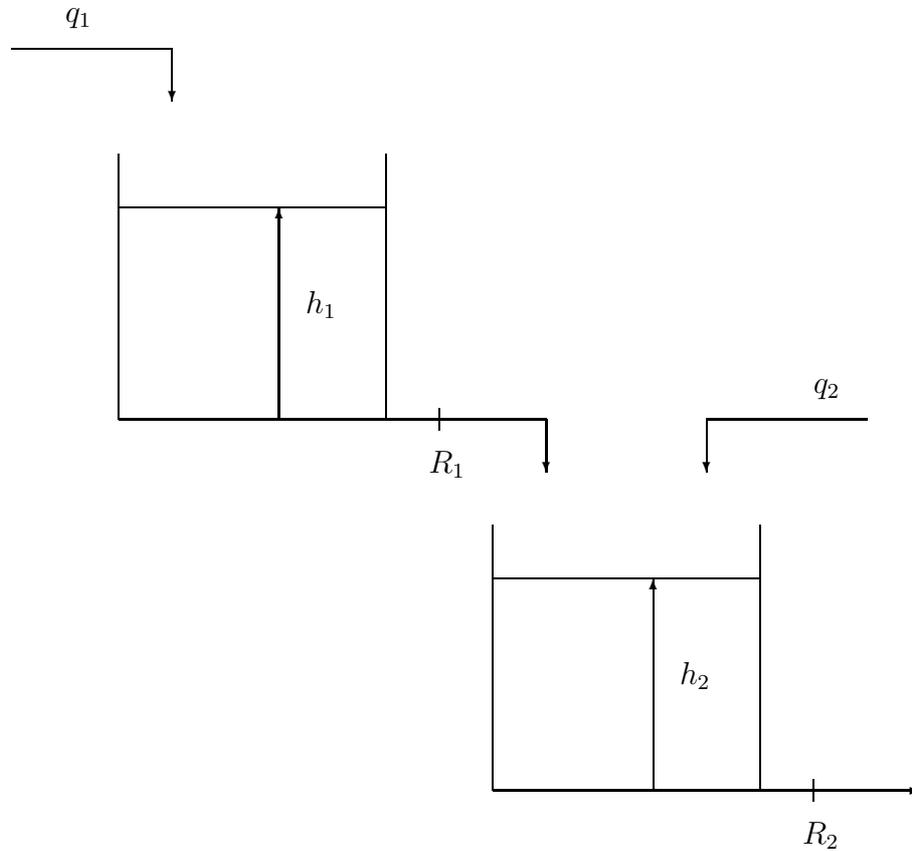


FIG. 2 –

Pour les applications numériques, on prendra :

$$S_1 = 1 \text{ m}^2 \quad , \quad S_2 = \frac{1}{2} \text{ m}^2 \quad , \quad R_1 = \frac{1}{2} \text{ min/m}^2 \quad , \quad R_2 = \frac{2}{3} \text{ min/m}^2$$

Dans tout l'exercice, les variables h_1 , h_2 , q_1 et q_2 désignent des variables d'écart par rapport au point de fonctionnement choisi.

2.1) Ecrire les équations différentielles qui régissent le fonctionnement de ce système.

2.2) Calculer la fonction de transfert $\frac{H_1(p)}{Q_1(p)}$ (*application numérique*). Quel est son gain statique?

Avec quel temps de réponse le niveau $h_1(t)$ varie-t-il, a) lorsque le débit q_1 varie, b) lorsque c'est le débit q_2 qui varie?

2.3) Ecrire la représentation d'état correspondant au choix suivant (*application numérique*):

$$\text{entrée } q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}, \quad \text{état } x = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}, \quad \text{sortie } y = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}$$

A partir d'ici, on ne travaille que sur les expressions numériques des matrices A , B , C et D .

2.4) Calculer la matrice de transfert de ce système multivariable.

En déduire la fonction de transfert $\left(\frac{H_2(p)}{Q_1(p)} \right)_{q_2=0}$. Quels sont les pôles du système en boucle ouverte?

2.5) Le débit Q_2 restant constant ($q_2 = 0$), quel est le régime permanent atteint par le niveau h_2 lorsque le débit q_1 varie brusquement (échelon unité)? Même question en ce qui concerne le niveau h_1 .

A partir d'ici, on considère le système monovariable d'entrée q_1 et de sortie h_2 en boucle ouverte ($q_2 = 0$).

2.6) En désignant par h_c la variation de consigne de niveau souhaitée dans le bac 2, calculer la commande par retour d'état $q_1 = \lambda h_c - Kx$ qui conduit à un système en boucle fermée présentant 1 pôle double en (-3) et une précision statique satisfaisante.

2.7) Compléter le schéma de la Figure 2 avec les éléments permettant de mettre en oeuvre la commande qui vient d'être calculée.