Ecole des Mines d'Albi-Carmaux Février 1997
Formation Initiale 3ème année

AUTOMATIQUE : SYSTÈMES LINÉAIRES ÉCHANTILLONNÉS

(Notes de cours et TD autorisées)

- Les parties 1) et 2) sont indépendantes -

On considère le système analogique de fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{1}{p^2}$$

1) Le calcul d'un correcteur analogique $C(p)$ permettant au système bouclé d'avoir une pulsation des oscillations non amorties $w_n = 0{,}3\,rad/s$ et un coefficient d'amortissement $\zeta = 0{,}7$ a conduit au correcteur :

$$C(p) = 0{,}81\,\frac{p+0{,}2}{p+2}$$

On se propose de «numériser» ce correcteur analogique pour que le correcteur puisse être implanté sur un calculateur. On approximera la dérivée au 1^{er} ordre par la méthode de la différence.

1.1) Ecrire l'équation récurrente qui devra être implantée dans le calculateur pour réaliser la correction.

1.2) En déduire l'expression du correcteur numérique $C(z)$ équivalent à $C(p)$.

2) On choisit maintenant un correcteur numérique $C(z)$ de fonction de transfert :

$$C(z) = \frac{K}{T^2}\frac{z-1}{z-z_0} \qquad \text{avec} \qquad z_0 = 1 - K\alpha \qquad (K \text{ et } \alpha \text{ réglables})$$

2.1) En appelant $e(kT)$ et $s(kT)$ l'entrée et la sortie du système bouclé, montrer que la FTBF est égale à :

$$H(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{0{,}5K(z+1)}{z^2 + (-2 + K(\alpha + 0{,}5))z + 1 + K(0{,}5-\alpha)}$$

2.2) Calculer les conditions de stabilité du système bouclé.

2.3) On choisit $\alpha = 1{,}5$ et $K = 1$.
Calculer la réponse $s(kT)$ à une entrée $e(kT)$ en échelon.
Quel nom donne-t-on à ce type de réponse?

2.4) On choisit $\alpha = 1$ et $K = 1$.
Montrer que $H(z)$ est la fonction de transfert d'un système numérique du $2^{\text{ème}}$ ordre.
Déduire des abaques fournies en annexe le dépassement prévisible de la réponse indicielle.

2.5) On souhaite que la réponse du système $s(kT)$ à un échelon discret $e(kT)$ ait un dépassement inférieur à 20%.
On choisit a priori comme paramètres ζ et w_nT du système analogique correspondant : $\zeta = 0{,}5$ et $w_nT = 0{,}5\,rd$.
Calculer K et α. Quel sera le dépassement réel obtenu?

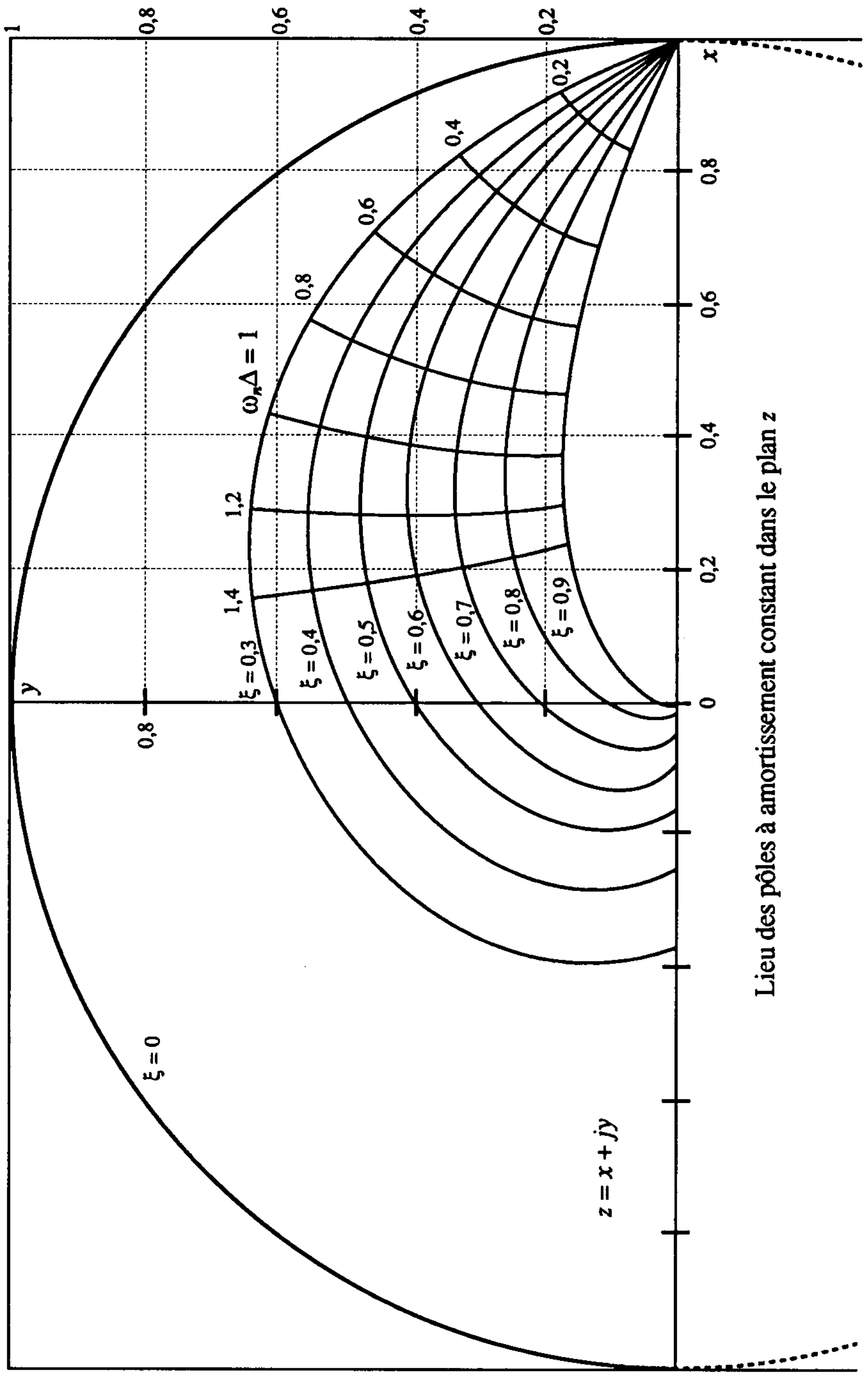

FIG. 1 – *Lieux des pôles à amortissement constant dans le plan z*

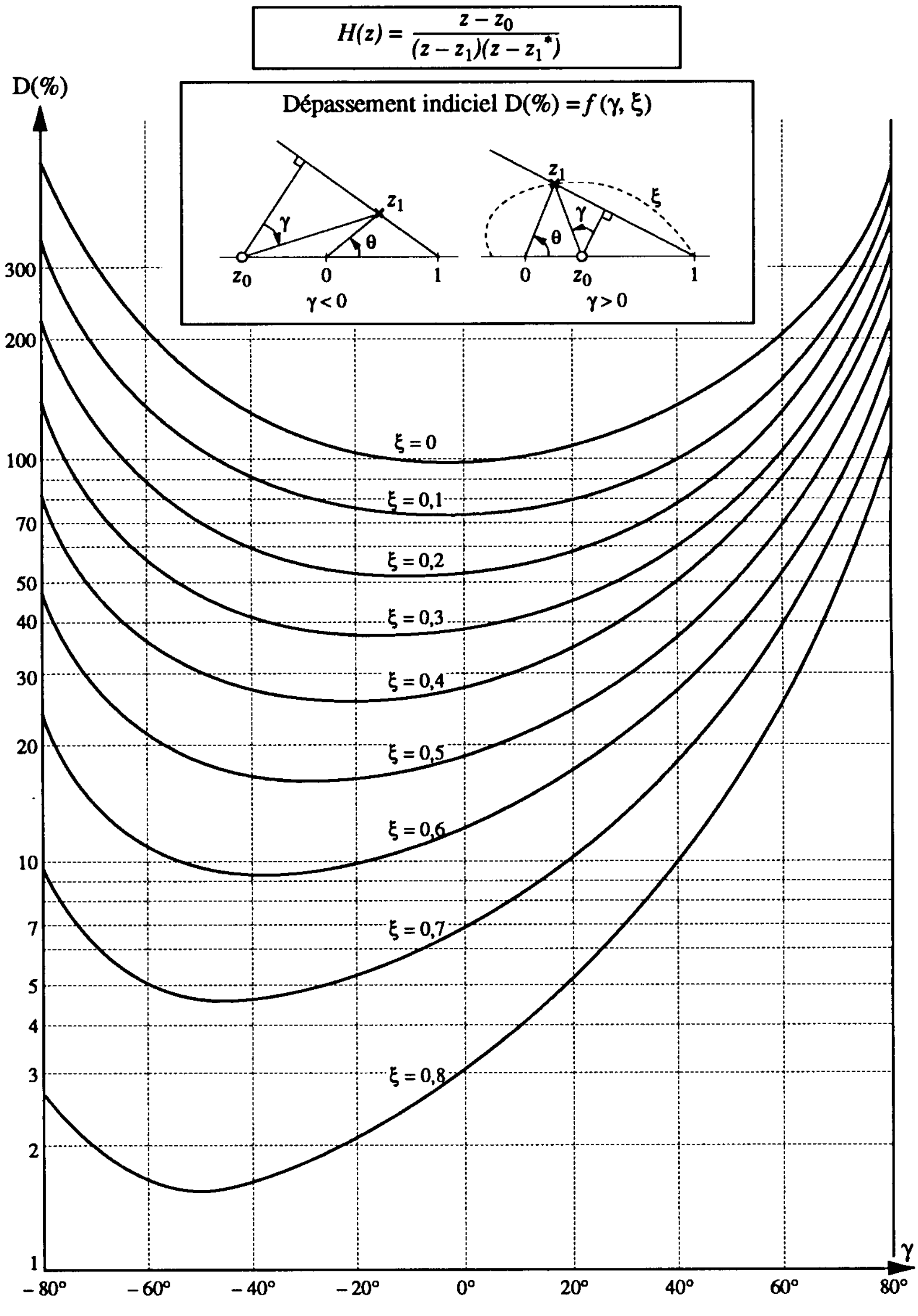

FIG. 2 – *Lieux des dépassements en régime d'échelon*

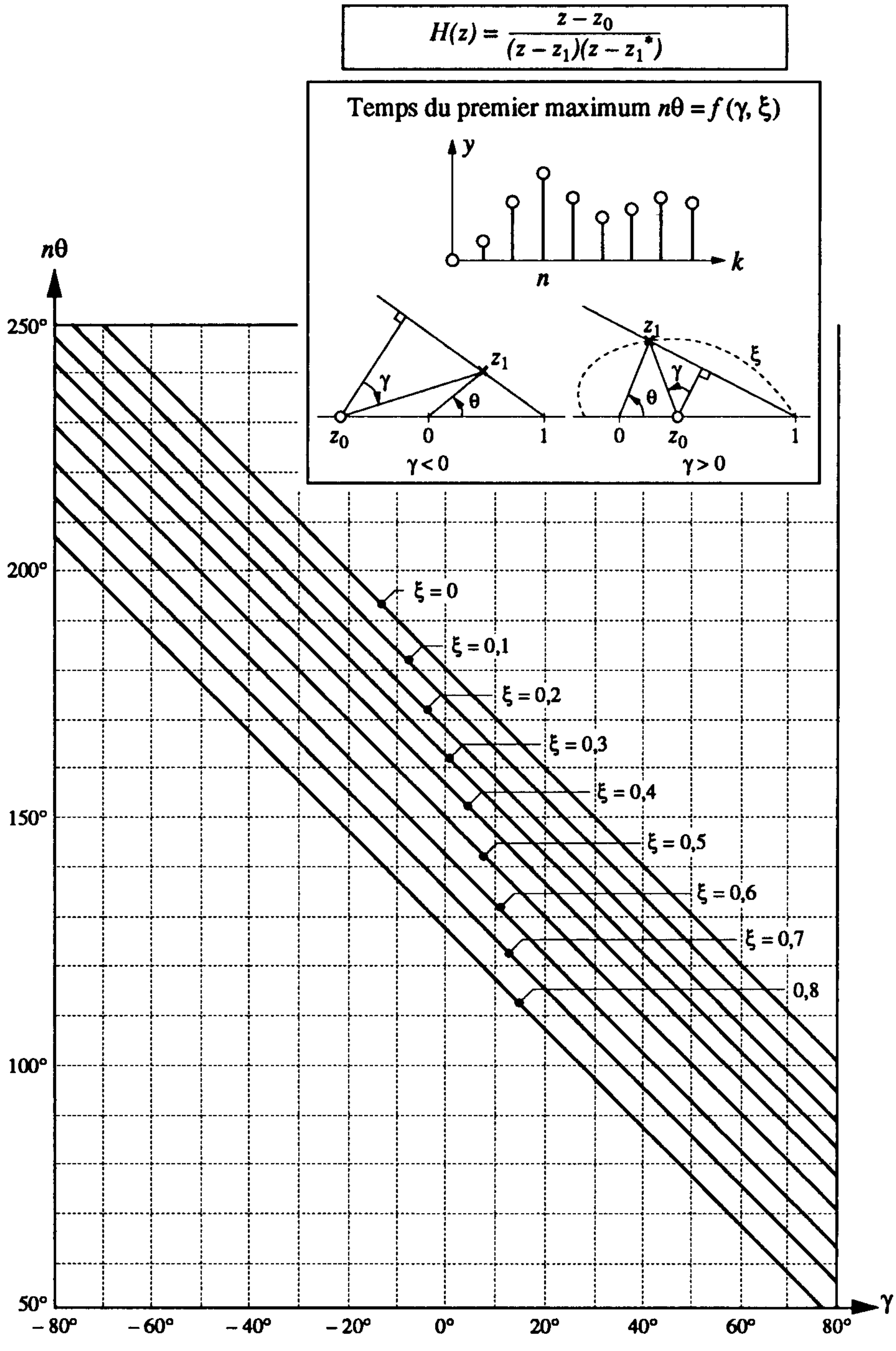

FIG. 3 – *Lieux des temps du premier maximum en régime d'échelon*