Ecole des Mines d'Albi-Carmaux — Avril 1996

Formation Initiale 3ème année

AUTOMATIQUE : SYSTÈMES LINÉAIRES ÉCHANTILLONNÉS

(Notes de cours et TD autorisées)

Soit le système asservi échantillonné de la figure 1.

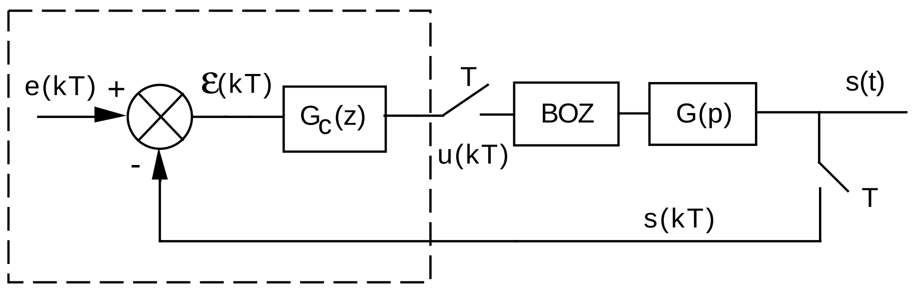

Figure 1

avec : $G(p) = \dfrac{1}{p(p+1)}$ et BOZ désignant un bloqueur d'ordre zéro.

On envisage une commande proportionnelle de gain K_p avec $T = 1\,s$.

1- Etude de la stabilité.

Déterminer la condition de stabilité du système à l'aide du critère de Routh. On pourra utiliser la table des transformées en z fournie en annexe.

2- Etude de la précision.

Calculer l'erreur en régime permanent :

a) pour un échelon de position ($e(t) = \Gamma(t)$),

b) pour un échelon de vitesse ($e(t) = t\,\Gamma(t)$),

c) pour un échelon d'accélération ($e(t) = \frac{t^2}{2}\,\Gamma(t)$).

3- Le cahier des charges impose une erreur en régime permanent de 0,01 vis-à-vis d'une rampe de pente 1 en entrée.

Quelle est la valeur du gain proportionnel qui convient ? Le fonctionnement du système sera-t-il satisfaisant ? Que proposez-vous ?

Table des transformées en z et en z modifiée

$G(p)$	$g(t)$	$G(z)$	$G(z,m)$
e^{-kTp}	$\delta(t-kT)$	z^{-k}	z^{m-1-k}
1	$\delta(t)$	1 ou z^{-0}	0
$\frac{1}{p}$	$u(t)$	$\frac{z}{z-1}$	$\frac{1}{z-1}$
$\frac{1}{p^2}$	t	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$	$\frac{mT}{z-1}+\frac{T}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{p^3}$	$\frac{1}{2\,!}t^2$	$\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$	$\frac{T^2}{2}\left[\frac{m^2}{z-1}+\frac{2m+1}{(z-1)^2}+\frac{2}{(z-1)^3}\right]$
$\frac{1}{p-\frac{1}{T}\ln a}$	$a^{\frac{t}{T}}$	$z/(z-a)$	$a^m/(z-a)$
$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$	$\frac{e^{-amT}}{z-e^{-aT}}$
$\frac{1}{(p+a)^2}$	$t\,e^{-at}$	$\frac{Tz\,e^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$	$\frac{T\,e^{-amT}\left[e^{-aT}+m(z-e^{-aT})\right]}{(z-e^{-aT})^2}$
$\frac{1}{(p+a)^3}$	$\frac{t^2}{2}e^{-at}$	$\frac{T^2 e^{-aT} z}{2(z-e^{-aT})^2}+\frac{T^2 e^{-2aT} z}{(z-e^{-aT})^3}$	$\frac{T^2 e^{-amT}}{2}\left[\frac{m^2}{z-e^{-aT}}+\frac{(2m+1)\,e^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}+\frac{2\,e^{-2aT}}{(z-e^{-aT})^3}\right]$
$\frac{a}{p(p+a)}$	$1-e^{-at}$	$\frac{(1-e^{-aT})\,z}{(z-1)(z-e^{-aT})}$	$\frac{1}{z-1}-\frac{e^{-amT}}{z-e^{-aT}}$
$\frac{a}{p^2(p+a)}$	$t-\frac{1-e^{-at}}{a}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}-\frac{(1-e^{-aT})\,z}{a(z-1)(z-e^{-aT})}$	$\frac{T}{(z-1)^2}+\frac{mT-1/a}{z-1}+\frac{e^{-amT}}{a(z-e^{-aT})}$
$\frac{a}{p^3(p+a)}$	$\frac{1}{2\,!}\left(t^2-\frac{2}{a}t+\frac{2}{a^2}-\frac{2}{a^2}e^{-aT}\right)$	$\frac{T^2 z}{(z-1)^3}+\frac{(aT-2)\,Tz}{2\,a(z-1)^2}+$ $+\frac{z}{a^2(z-1)}-\frac{z}{a^2(z-e^{-Ta})}$	$\frac{T^2}{(z-1)^3}+T^2\frac{(m+1/2-T/a)}{(z-1)^2}+$ $+\frac{\frac{T^2 m^2}{2}-\frac{Tm}{a}+\frac{1}{a^2}}{z-1}-\frac{e^{-amT}}{a^2(z-e^{-aT})}$