École des Mines d'Albi-Carmaux — Mai 2010

Formation Initiale 3ième année

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS

(Notes de cours et TD autorisées)

ÉPREUVE DE RAPPEL

(durée : 1h30)

Sujet volontairement long[1] pour que chacun puisse trouver des questions à son goût et ainsi engranger un maximum de points (barême > 20).

Les **3 exercices** sont indépendants.

Quasiment toutes les questions peuvent être traitées séparément les unes des autres.

Exercice 1 (12 points) :

Soit le schéma de la figure 1 correspondant à un processus asservi par un correcteur proportionnel.

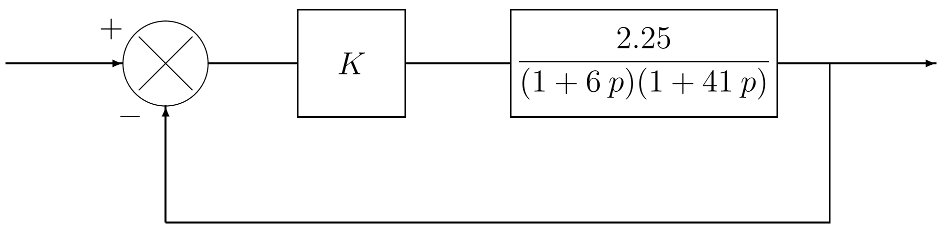

FIG. 1 – Un système asservi avec un correcteur proportionnel de gain K.

Le lieu de transfert en boucle ouverte (pour $K = 1$) est reporté sur la figure 3.

[1] l'énoncé est long mais les réponses sont souvent très courtes.

Réglage de la précision

1.1) Donner l'expression de l'erreur de position de l'asservissement $\varepsilon_p(+\infty)$ en fonction de K.

1.2) Pour quelle valeur K_1 de K, l'erreur de position est de 10% (erreur de 0.1 pour une consigne échelon unitaire) ?

1.3) Pour $K = K_1$, quelle est la valeur du coefficient d'amortissement ξ du système asservi ? En déduire celle du premier dépassement D%.

Réglage de la marge de phase

1.4) Mesurer la marge de phase et la marge de gain (pour $K = 1$).

1.5) L'asservissement est-il déstabilisable par action sur K ? Justifier.

1.6) Pour quelle valeur K_2 de K la marge de phase égale 80° ?

1.7) Pour $K = K_2$, quelle est la valeur du coefficient d'amortissement ? En déduire celle du premier dépassement.
Quelle est alors la valeur de l'erreur de position de l'asservissement ?

Synthèse des résultats en commande proportionnelle

1.8) Compléter le tableau 1.

K	M_φ	M_G	ξ	D%	$\varepsilon_p(+\infty)$
1			0.83	0.9%	
$K_2 =$	80°				
$K_1 =$	55°				10%

TAB. 1 – Synthèse des résultats

Conclusion sur la correction proportionnelle

1.9) En étayant votre propos sur la base des questions précédentes quelle(s) conclusion(s) peut-on tirer ?

Nouvelle correction

On remplace le correcteur proportionnel par celui représenté dans l'asservissement de la figure 2.

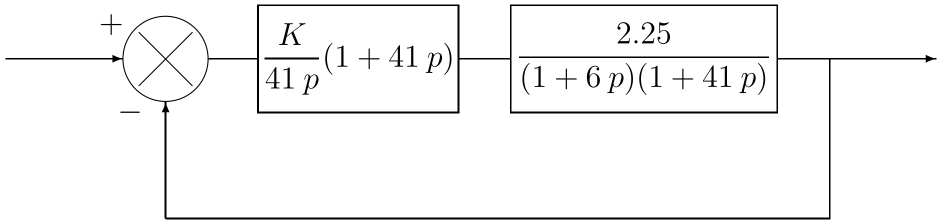

FIG. 2 – Système asservi avec un nouveau correcteur.

1.10) Quel est l'intérêt de ce nouveau correcteur ?

1.11) Quelle valeur de K permet d'obtenir un coefficient d'amortissement de 0.7 ? Conclure.

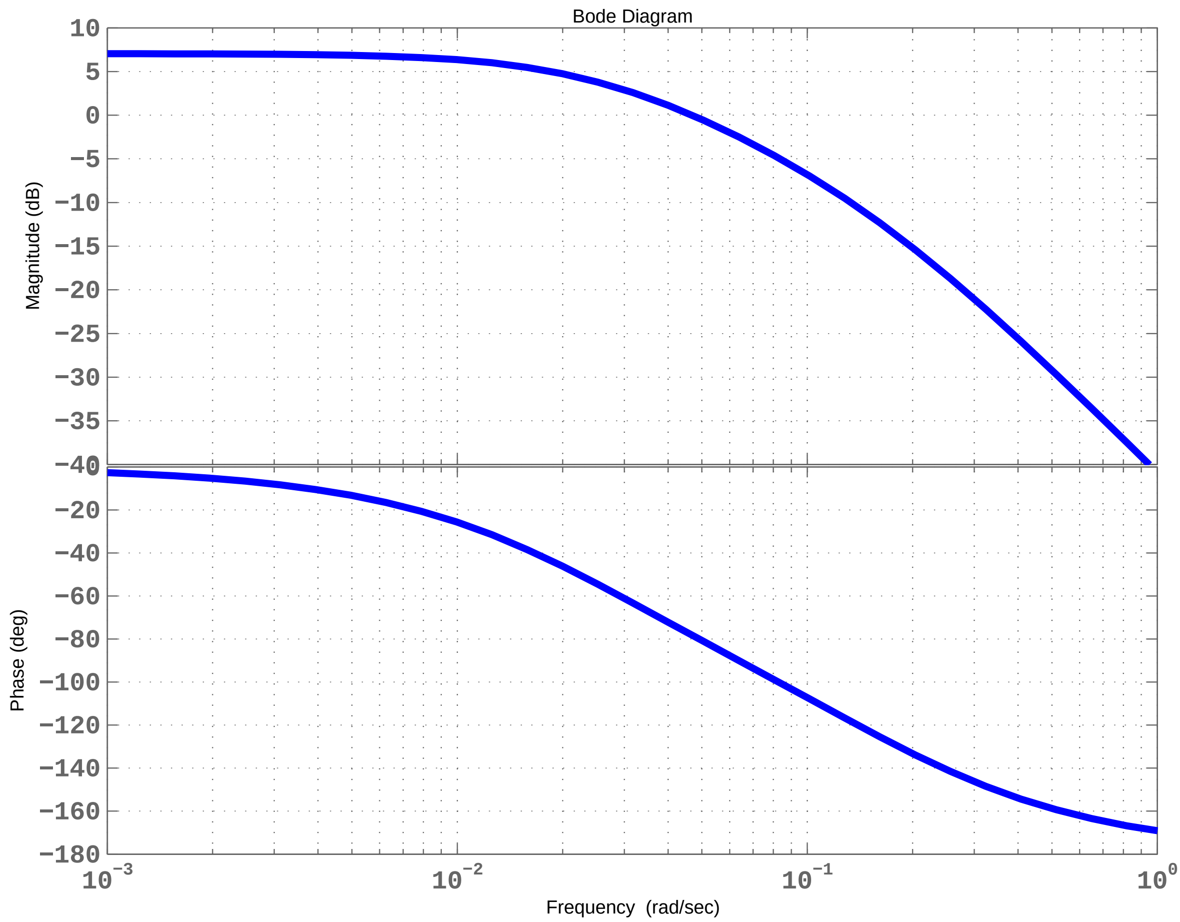

FIG. 3 – Lieu de transfert en boucle ouverte pour $K = 1$ [exercice 1]

Exercice 2 : (8 points)

On se propose d'assurer la commande numérique d'un procédé continu de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{1+3\,p}{p(1+2\,p)}$ suivant le schéma de la figure 4.

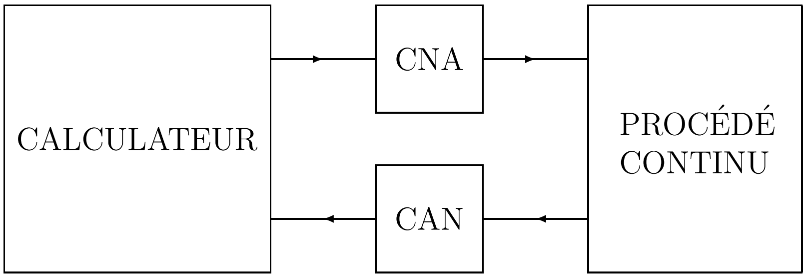

FIG. 4 – Commande numérique d'un processus continu

Le schéma-blocs correspondant est donné Figure 5.

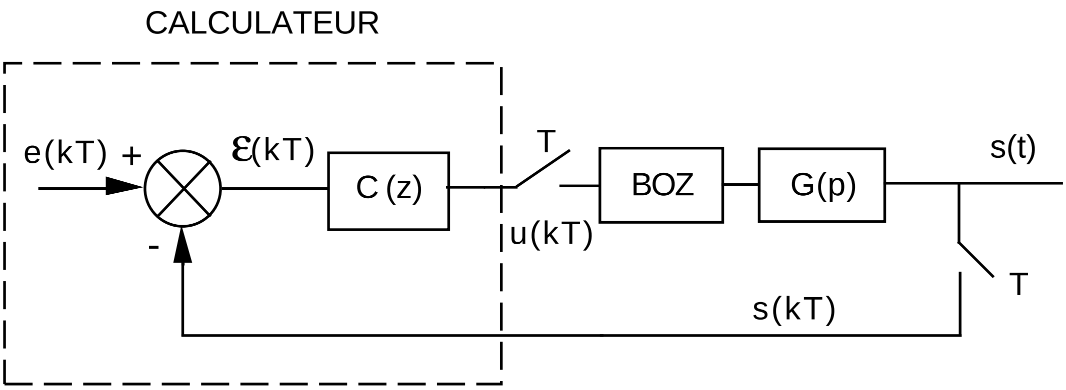

FIG. 5 – Commande numérique d'un procédé continu

Pour les applications numériques, on prendra $T = 1$ s.

2.1) Montrer que la fonction de transfert en z équivalente au procédé $G(p)$ précédé d'un BOZ peut s'écrire sous la forme[2] :

$$G_1(z) = \frac{S(z)}{U(z)} = K\,\frac{z - z_2}{(z-1)(z-z_1)}$$

On donnera les valeurs numériques de K, z_1 et z_2.

[2]Question assez calculatoire (non indispensable pour traiter les questions suivantes). Il faut savoir se servir de la table des transformées en z !

On choisit un correcteur numérique de la forme :

$$C(z) = K_c \frac{z(z - z_1)}{(z - z_2)(z + A)}$$

2.2) Calculer la FTBO du système.

2.3) Calculer la FTBF du système.

Le cahier des charges impose une réponse du système en boucle fermée de type « système du 2nd ordre », avec un facteur d'amortissement $\xi = 0.7$ (1er dépassement de l'ordre de 4%) et un temps de pic $t_{pic} = 1$ s (réponse à un échelon).

2.4) Calculer les pôles complexes conjugués[3] qui satisfont aux performances fixées par le cahier des charges. En déduire l'expression du dénominateur de la fonction de transfert du système corrigé.

2.5) En identifiant cette expression avec le dénominateur de la FTBF calculée à la question 2.3, en déduire les paramètres K_c et A du correcteur.

Exercice 3 : (6 points)

On considère le système d'entrée u et de sortie y dont une représentation d'état est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{x_1} &= -x_1 + u \\ \dot{x_2} &= \alpha\, x_1 + x_2 + \gamma\, u \\ y &= x_1 + \beta\, x_2 \end{aligned}$$

où α, β et γ sont des paramètres.

3.1) Etudier la stabilité du système.

3.2) Identifiez les conditions sur α, β, γ pour lesquelles le système possède des pôles non commandables et/ou non observables.

On choisit la configuration : $\alpha = 1$, $\beta = 2.9$, $\gamma = 1$.

3.3) Calculer le vecteur gain de retour d'état K qui permet d'avoir un système en boucle fermée avec un pôle double -1.

[3] On rappelle que les pôles s'écrivent sous la forme $\{z, \overline{z}\} = e^{-T\xi\, w_n}\, e^{\pm j\, T w_p}$.