École des Mines d'Albi-Carmaux — Mai 2009
Formation Initiale 3ième année

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS
(Notes de cours et TD autorisées)

ÉPREUVE DE RAPPEL
(durée : 1h30)

– Les 3 exercices sont indépendants –

Exercice 1 : Étude d'un asservissement de position angulaire (8 points)

Nous considérons un asservissement de position angulaire. La fonction de transfert du système à commander (modèle du moteur à courant continu dont on néglige la constante de temps électrique) est :

$$G(p) = \frac{K_m}{p(1 + T_m\, p)} = \frac{1.69}{p(1 + 0.16\, p)}$$

Le schéma bloc de l'asservissement est représenté sur la figure 1.

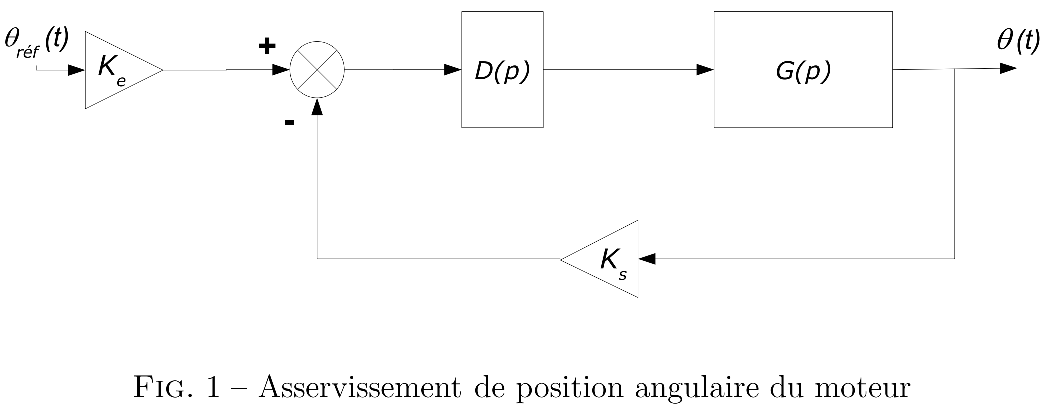

Fig. 1 – Asservissement de position angulaire du moteur

Le capteur de position angulaire est supposé linéaire et de gain $K_s = 10$; on pose $K_e = K_s$.

On considère deux fonctions de transfert : $D_1(p) = \dfrac{1}{T\,p}(1 + T\,p)$ et $D_2(p) = 1 + T\,p$ $(T > 0)$.

Performances en précision de l'asservissement

1.1) Pour $D(p) = 1$, calculer l'erreur de position de l'asservissement.

1.2) Pour $D(p) = 1$, calculer l'erreur de vitesse de l'asservissement.

1.3) Pour $D(p) = D_1(p)$, quel changement est attendu sur la précision de l'asservissement par rapport à $D(p) = 1$? Justifier sans calcul.

1.4) Même question en prenant $D(p) = D_2(p)$.

Degré de stabilité de l'asservissement

Pour $D(p) = 1$, le lieu de transfert de la FTBO est reporté sur le diagramme de Bode de la figure 2.

1.5) Pour $D(p) = 1$, combien valent les marges de phase et de gain ?

1.6) Pour le correcteur $D(p) = K$ $(K > 0)$, l'asservissement est-il théoriquement déstabilisable par action sur K ? Justifier.

1.7) Pour $D(p) = K$, quelle valeur de K permet d'obtenir une marge de phase de $45°$?

Synthèse d'un correcteur

Les spécifications désirées pour l'asservissement sont :

- erreur de position et erreur de vitesse nulles ;
- un degré de stabilité équivalent à celui de l'asservissement considéré avec $D(p) = 1$.

1.8) Choisir parmi les deux correcteurs $D_1(p)$ et $D_2(p)$ celui qui permet de répondre aux spécifications ; en faire la synthèse (calcul de T).

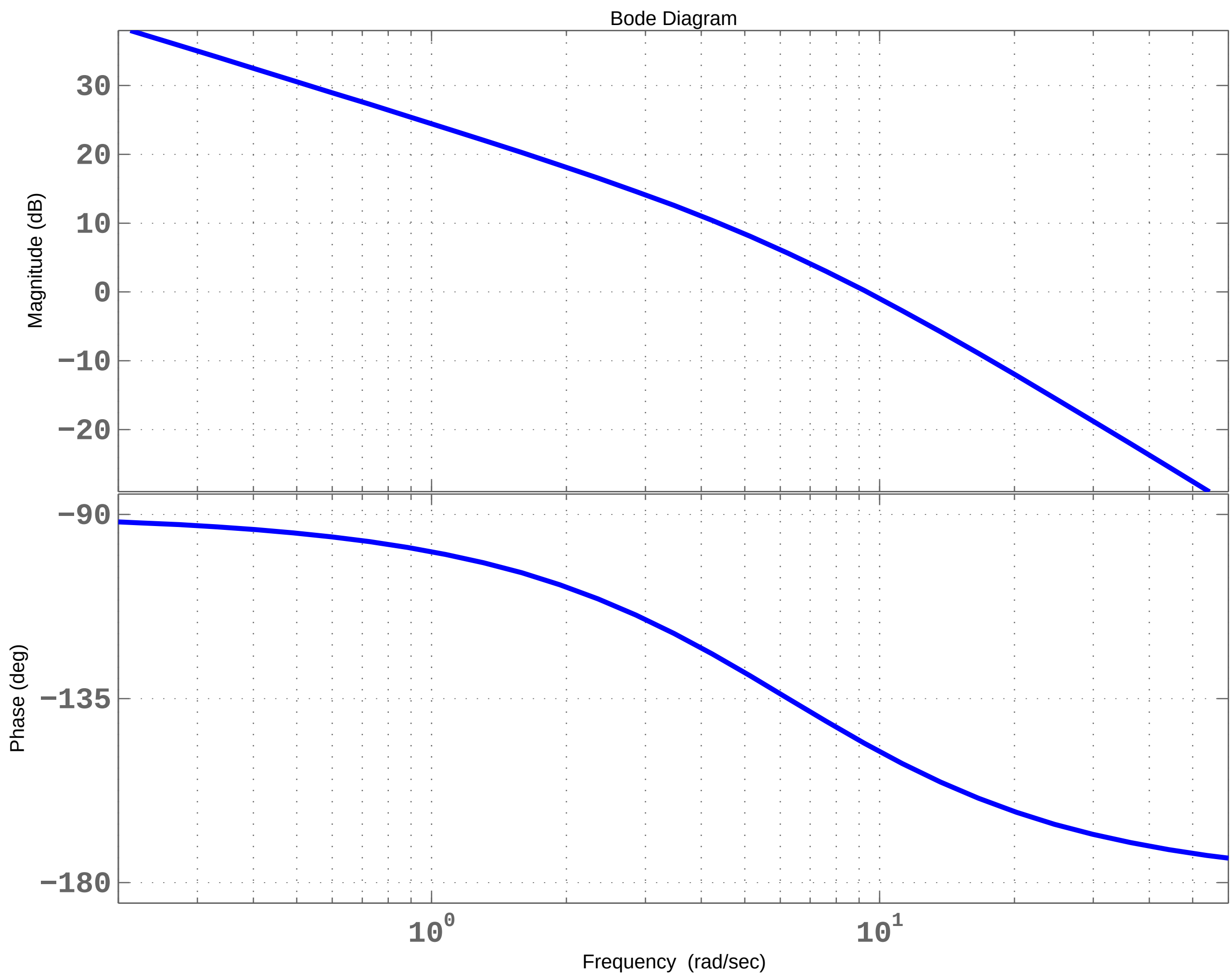

FIG. 2 – Lieu de transfert de la FTBO pour $D(p) = 1$

Exercice 2 : (8 points)

On considère un système du 1^er^ ordre $G(p) = \dfrac{K}{1+\tau\, p}$.

On se propose d'en assurer la commande numérique suivant le schéma de la figure 3 avec un régulateur PI que l'on notera :

$$C(z) = K_c\,\frac{z-\beta}{z-1}$$

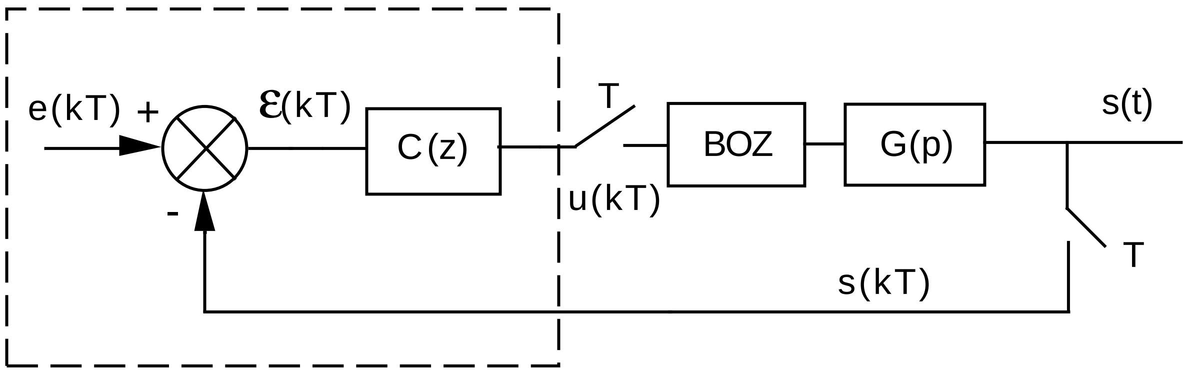

FIG. 3 – Commande numérique d'un procédé continu

On note T la période d'échantillonnage.

2.1) Calculer la fonction de transfert numérique du processus continu $G(p)$ précédé par un bloqueur d'ordre zéro. On la notera $G_1(z)$ et on notera $\alpha = e^{-T/\tau}$.

2.2) Calculer la valeur de β ($\beta \neq 1$) pour que le système en boucle fermée soit du 1^er^ ordre. Pour la suite, on se placera dans cette configuration.

2.3) En appliquant le critère de ROUTH[1], calculer la condition de stabilité du système numérique.

2.4) En notant $U(z)$ la transformée en z du signal de commande $u(k\,T)$ issu du régulateur, calculer la fonction de transfert $\dfrac{U(z)}{E(z)}$.

2.5) En déduire la valeur de $U(z)$ pour une entrée en échelon d'amplitude E_0.

[1] Attention, système échantillonné !

2.6) En déduire les valeurs de $u(0)$ (valeur initiale de la commande) et $u(+\infty)$ (valeur finale de la commande).

2.7) Montrer que la FTBF du système peut se mettre sous la forme $H(z) = \dfrac{1-\gamma}{z-\gamma}$. Donner la valeur de γ.

2.8) Que se passe-t-il si on choisit $\gamma = 0$? Le système est-il stable pour cette valeur ? Quel est l'intérêt d'un tel réglage ?

Exercice 3 : (6 points)

On considère les équations linéarisées d'un satellite au voisinage d'une orbite circulaire parcourue à vitesse w constante :

$$\begin{aligned} \ddot{r} &= 3\,w^2\,r + 2\,w\,\dot{\theta} + u_r \\ \ddot{\theta} &= -2\,w\,\dot{r} + u_\theta \end{aligned}$$

Le satellite est commandé par deux moteurs. Le premier fournit une force radiale u_r et le second une force tangentielle u_θ. La sortie mesurée est la position radiale r.

3.1) Écrire la représentation d'état du système d'entrée $\begin{pmatrix} u_r \\ u_\theta \end{pmatrix}$, de sortie r et de vecteur d'état $\begin{pmatrix} r \\ \theta \\ \dot{r} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$.

3.2) Que devient cette représentation d'état dans le cas où :

3.2a) on décide de n'utiliser que le moteur radial (u_r)

3.2b) on décide de n'utiliser que le moteur tangentiel (u_θ)

Suite à un problème technique, vous devez couper un des deux moteurs.

3.3) Lequel choisiriez-vous ? Expliquer.