École des Mines d'Albi-Carmaux — Mai 2008

Formation Initiale 3ième année

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS

(Notes de cours et TD autorisées)

ÉPREUVE DE RAPPEL

(durée : 1h30)

– Les 5 exercices sont indépendants –

Exercice 1 : (4 points)

On considère le système bouclé de la figure 1.

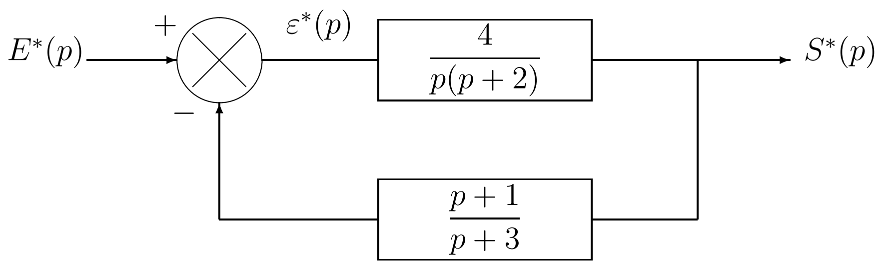

Fig. 1 – Un asservissement continu

1.1) Calculer la variation de sortie en régime permanent $s^*(+\infty)$ en réponse à un échelon de position d'amplitude 2 en entrée.

1.2) Que vaut l'écart en régime permanent $\varepsilon^*(+\infty)$?

1.3) Combien vaut le gain statique en BF ?

Exercice 2 : (4 points)

On considère le système dont la FTBO est :

$$T(p) = \frac{K}{p(1 + T_1\,p)(1 + T_2\,p)}$$

avec : $T_1 > 0$ et $T_2 > 0$.

2.1) Donner la condition de stabilité du système en boucle fermée sur K en fonction de T_1 et T_2.

Exercice 3 : (4 points)

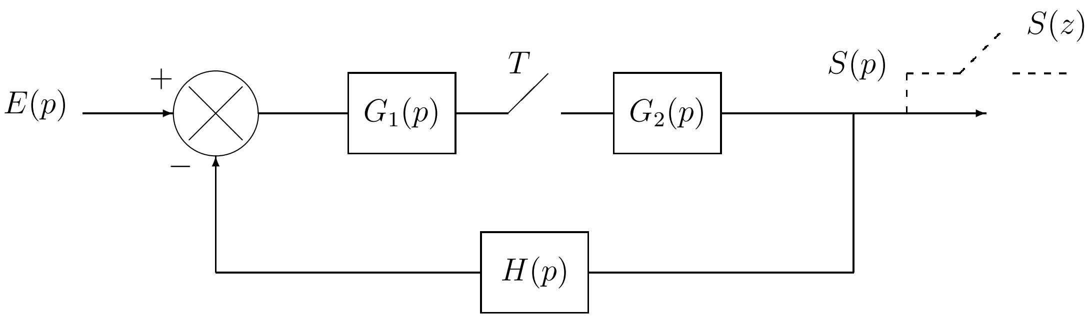

Fig. 2 – Un système bouclé échantillonné

L'entrée du système de la figure 2 est un signal continu $e(t)$ (ayant pour transformée de Laplace $E(p)$). Sa sortie est un signal continu $s(t)$ (ayant pour transformée de Laplace $S(p)$).

3.1) En désignant par $S(z)$ la transformée en z du signal échantillonné $s(kT)$ correspondant à la sortie du système aux instants d'échantillonnage (échantillonneur fictif dans le cas présent car la sortie $s(t)$ n'est pas réellement échantillonnée), montrer que l'on a :

$$S(z) = \frac{\mathcal{Z}[G_2(p)]\,\mathcal{Z}[G_1(p)\,E(p)]}{1 + \mathcal{Z}[G_1(p)\,H(p)\,G_2(p)]}$$

3.2) Peut-on définir une fonction de transfert échantillonnée $\dfrac{S(z)}{E(z)}$?

Exercice 4 : (4 points)

On considère le schéma de la figure 3 qui représente un système échantillonné avec deux rétroactions imbriquées.

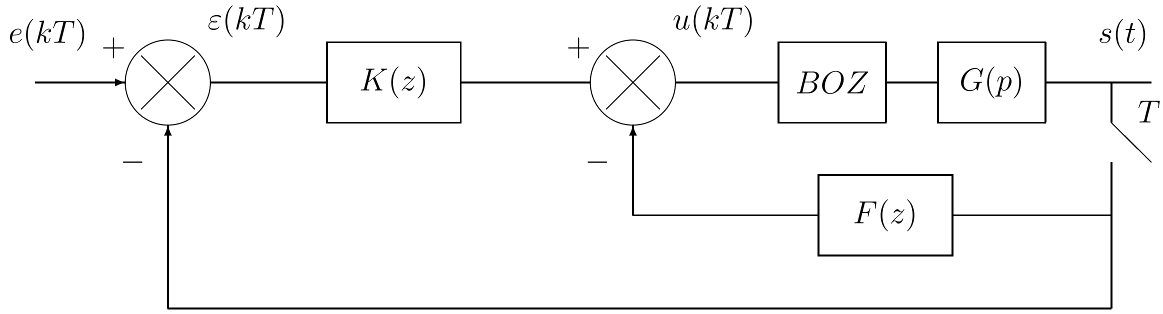

Fig. 3 – Système échantillonné avec deux rétroactions imbriquées

Le procédé a pour fonction de transfert : $G(p) = \dfrac{p}{p+1}$.

On donne : $K(z) = \dfrac{2}{3\,z-1}$ et $F(z) = \dfrac{3\,z+1}{1-9\,z}$.

4.1) Exprimer $U(z)$ en fonction de $E(z)$ et $S(z)$.

4.2) En déduire l'algorithme de commande du procédé $G(p)$, i.e. l'équation récurrente qui permet le calcul en temps réel du signal $u(kT)$ connaissant les signaux $e(kT)$ et $s(kT)$.

Exercice 5 : (6 points)

On considère le schéma de la figure 4.

Le bac principal est alimenté par une vanne d'entrée et par l'intermédiaire d'un bac additionnel. On supposera que la vanne de sortie est laissée dans une position donnée (système à écoulement libre). On note C la section du réservoir principal et R la résis-

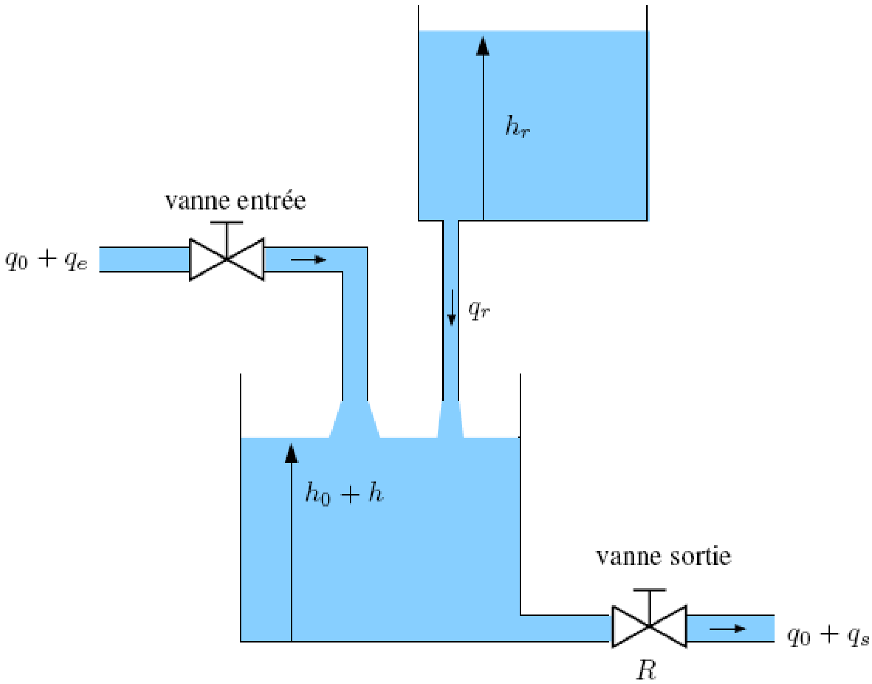

FIG. 4 – Un système de bacs en cascade

tance de son tuyau de sortie[1]. On note q_e les variations du débit d'entrée autour du débit nominal q_0. Le réservoir additionnel, rempli d'une hauteur h_r de liquide est de section C_r, de résistance de sortie R_r, et se vide avec le débit q_r dans le réservoir principal[2].

5.1) En considérant les variations des grandeurs autour de leur valeur nominale, écrire les équations qui régissent le fonctionnement du système.

On choisit les hauteurs de liquide h et h_r comme variables d'état : $x_1 = h$ et $x_2 = h_r$.

5.2) Montrer que l'équation dynamique d'état du système est :

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{R_r C} \\ 0 & -\frac{1}{R_r C_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ 0 \end{bmatrix} q_e$$

5.3) Étudier la commandabilité du système. Pourquoi ce résultat était-il prévisible ?

[1] Rappel (définition de la résistance) : $R = \dfrac{h}{q_s}$.

[2] q_r et h_r représentent les variations du débit et du niveau autour de leur valeur nominale.