École des Mines d'Albi-Carmaux — Janvier 2006

Formation Initiale 3ième année

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS

(Notes de cours et TD autorisées)

– Les 3 exercices sont indépendants –

Les calculs doivent être détaillés au maximum.

Exercice 1 (6 points) :

On considère le processus continu de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{1}{p-1}$.
Il est évident que ce processus est instable en boucle ouverte.

On se propose de stabiliser le processus en l'insérant dans une boucle de commande numérique avec un correcteur $G_c(z)$ de type proportionnel de gain K_c (cf. Figure 1).

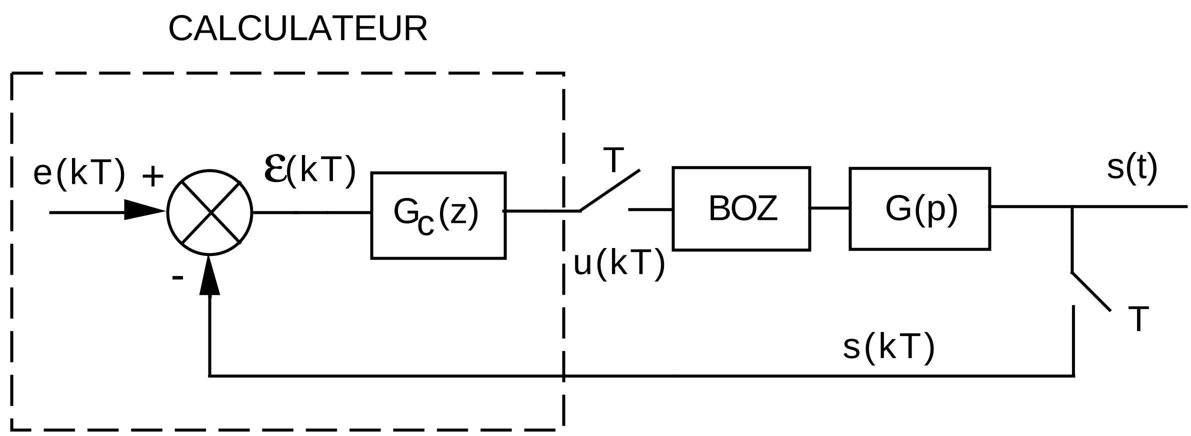


Fig. 1 –

1.1) Calculer la fonction de transfert numérique équivalente au processus continu précédé du bloqueur d'ordre zéro.

1.2) En déduire la FTBF du système.

1.3) Pour une fréquence d'échantillonnage donnée, déterminer les conditions sur le gain K_c pour que le système bouclé soit stable.

Exercice 2 (4 points) :

On considère l'équation discrète suivante :

$$x(k+2) + 3\,x(k+1) + 2\,x(k) = 0$$

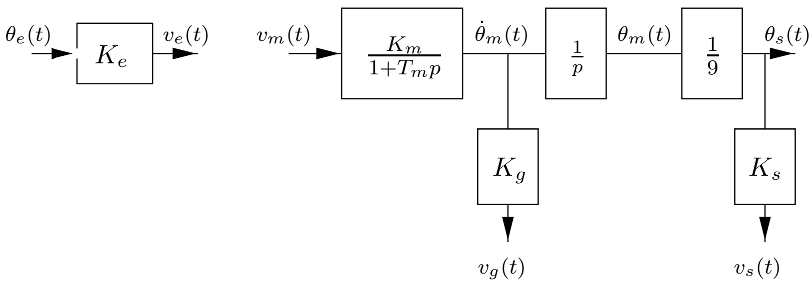
avec les conditions initiales $x(0) = 0$ et $x(1) = 1$.

2.1) En utilisant le théorème de l'avance, calculer $x(k)$ pour tout $k \geq 0$.

2.2) En déduire $x(2)$, $x(3)$ et $x(4)$.

Exercice 3 (10 points) :

Le but de cet exercice est de synthétiser un asservissement de position par retour d'état. Le procédé en boucle ouverte est le suivant :



Il est constitué d'un ensemble {moteur à courant continu, réducteur, génératrice tachymétrique} et de deux potentiomètres. K_m désigne le gain en vitesse du moteur et T_m sa constante de temps mécanique. K_g est le gain de la génératrice tachymétrique. K_e et K_s sont les gains respectifs des potentiomètres de consigne et de sortie.

3.1) Écrire la représentation d'état du système (S) d'entrée $v_m(t)$ et de sortie $\theta_s(t)$, lorsque son vecteur d'état est défini par :

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_s(t) \\ v_g(t) \end{bmatrix}$$

Le système est-il stable ? Est-il commandable ? Est-il observable ?

3.2) Modifier l'équation de sortie du système précédent de façon à obtenir la représentation d'état du système (S') d'entrée $v_m(t)$ et de sortie $v_g(t)$.
Vérifier que (S') est commandable, mais que le vecteur d'état $\mathbf{x}(t)$ n'est pas observable à partir de $v_g(t)$.
Pourquoi ce résultat était-il prévisible ?

L'asservissement de position est réalisé selon la loi de commande par retour d'état : $v_m(t) = N\,K_e\,\theta_e(t) - \mathbf{K}\,\mathbf{x}(t) = N\,v_e(t) - \mathbf{K}\,\mathbf{x}(t)$, avec $\mathbf{K} = (k_1\;k_2)$.

3.3) À partir d'une représentation d'état du système d'entrée $v_m(t)$ et de sortie $v_s(t)$, calculer le retour d'état $\mathbf{K}$ permettant de placer ses pôles en boucle fermée en p_1 et p_2. Faire le calcul littéral, puis une application numérique pour :
$K_m = 10$, $T_m = 20\,ms$, $K_g = 2$, $K_s = 15$, $p_1 = p_2 = -\dfrac{1}{T_m}$.
Calculer la FTBF de l'asservissement et en déduire la valeur du gain N permettant d'annuler son erreur de position.

Dans le cas où l'une des composantes du vecteur d'état est inaccessible ou bien trop bruitée pour être utilisée dans la commande, il est envisageable d'estimer cette composante sans la mesurer explicitement.

3.4) Est-il possible de synthétiser un observateur permettant de reconstruire l'ensemble des composantes du vecteur d'état à partir de la seule connaissance de l'entrée $v_m(t)$ et de la sortie $v_s(t)$? Justifier votre réponse.