École des Mines d'Albi-Carmaux | Avril 2005
Formation Initiale 3ième année

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS
(Notes de cours et TD autorisées)

ÉPREUVE DE RAPPEL

– *Les 3 exercices sont indépendants* –

Exercice 1 :

On considère un processus du 1er ordre $G(p) = \dfrac{K}{1+\tau p}$ inséré dans une boucle d'asservissement échantillonnée comme indiqué sur la Figure 1 .

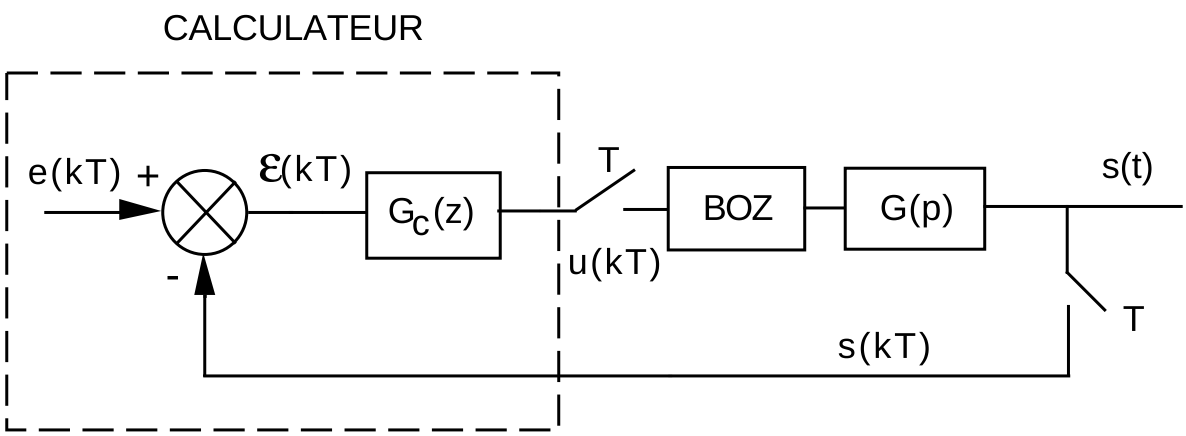


Fig. 1 –

BOZ désigne un bloqueur d'ordre zéro.

On décide de recourir à un correcteur PI de fonction de transfert :

$$G_c(z) = K_p + K_i \frac{z}{z-1}$$

Donner l'équation récurrente qui devra être programmée dans le calculateur pour implanter le correcteur choisi.

Exercice 2 :

On souhaite assurer la commande d'un processus analogique de type premier ordre (gain statique $K = 1$ et constante de temps $\tau = 0,4\,s$).

Afin de satisfaire aux performances fixées dans le cahier des charges, une étude préliminaire a été effectuée avec les outils d'analyse et de commande des systèmes linéaires continus (cf. Figure 2).

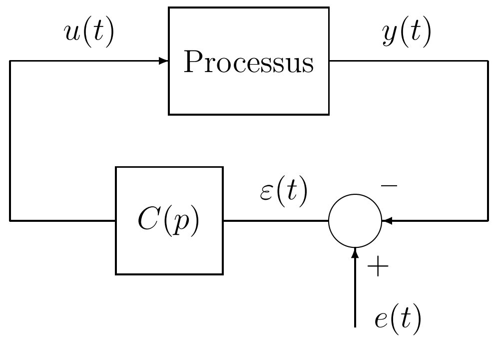


FIG. 2 – Processus continu dans une boucle analogique d'asservissement

Cette étude a conduit au calcul des paramètres du correcteur analogique de type PI suivant :

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = 0,2\left(1 + \frac{1}{0,1\,p}\right)$$

Plutôt que d'implanter ce correcteur analogique au sein d'une boucle analogique d'asservissement, on décide de piloter le processus continu par une boucle numérique d'asservissement[1] selon le schéma de la figure 3.
On choisit une fréquence d'échantillonnage de $2,5\,Hz$.

2.1) Discrétiser la loi de commande analogique $u(t)$ correspondant au correcteur analogique calculé (on approximera la dérivée par la méthode de la différence) et donner l'équation récurrente permettant de calculer les échantillons de commande numérique $u(kT)$.

2.2) Montrer que la fonction de transfert en Z du correcteur numérique équivalent est égale à :

$$C(z) = \frac{z - 0,2}{z - 1}$$

[1]Pour reprendre la terminologie utilisée en cours, on fait de la «commande analogique pilotée par ordinateur».

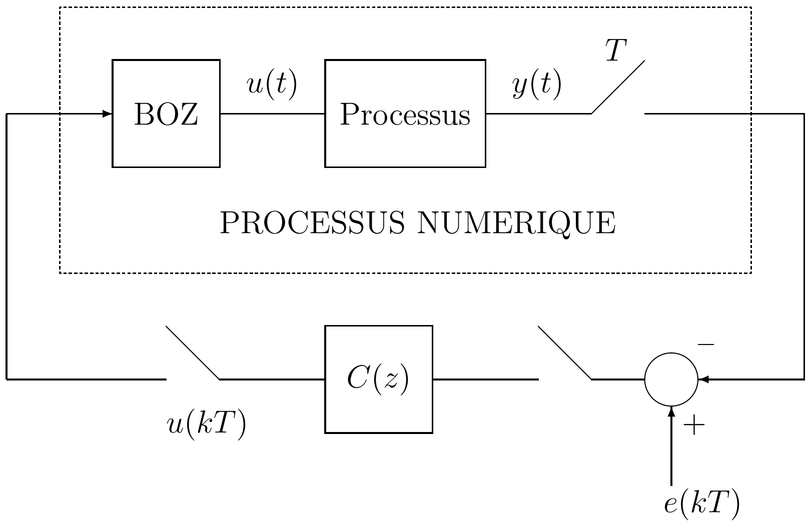


Fig. 3 – Processus continu dans une boucle numérique d'asservissement

2.3) Donner la fonction de transfert en Z du processus numérique équivalent au processus continu muni de son BOZ et échantillonné à la période T (Cf. Figure 3).

2.4) En déduire la fonction de transfert numérique $\dfrac{Y(z)}{E(z)}$ en boucle fermée. Donner son gain statique (justifier le résultat).

2.5) Après avoir remarqué que la FTBF correspond à un deuxième ordre numérique, utiliser les abaques fournies en annexe pour déterminer :

a) le dépassement en réponse à un échelon,

b) l'instant du premier dépassement.

<u>Exercice 3</u> :

On considère le schéma de la figure 4 qui représente un système de chauffage.

Le système étant à l'équilibre, on désigne par :

$\overline{T_i}$	la température du liquide froid entrant (en ^oC)
$\overline{T_o}$	la température du liquide chaud sortant (en ^oC)
$\overline{H}$	la chaleur apportée (en $kcal/s$)

Lorsque la température du liquide froid passe de $\overline{T_i}$ à $\overline{T_i}+\theta_i$ et la chaleur apportée passe de $\overline{H}$ à $\overline{H}+h$, la température du liquide chaud passe de $\overline{T_o}$ à $\overline{T_o}+\theta_o$.

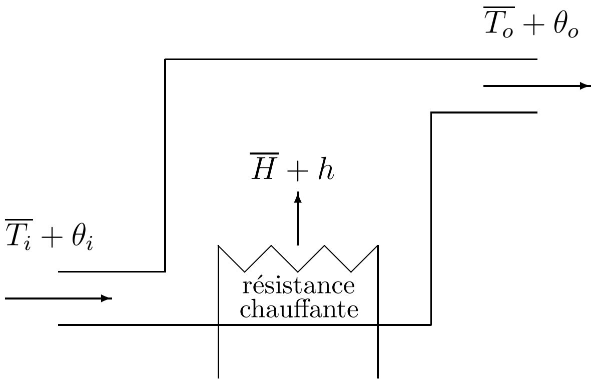


FIG. 4 – Un système de chauffage

Il est facile de montrer que les grandeurs θ_i, h et θ_o, qui désignent des variations par rapport à l'état d'équilibre, sont liées par l'équation différentielle :

$$R\,C\,\frac{d\theta_o}{dt} + \theta_o = \theta_i + R\,h$$

où R désigne la résistance thermique (en $^oC\ s/kcal$) et C désigne la capacité thermique du liquide contenu dans la chaudière (en $kcal/^oC$).

On choisit comme variable d'état $x = \theta_o$, comme vecteur d'entrée $u = \begin{bmatrix} \theta_i \\ h \end{bmatrix}$, et comme sortie θ_o.

3.1) Donner la représentation d'état du système.

3.2) Calculer sa matrice de transfert et compléter le schéma de la figure 5.

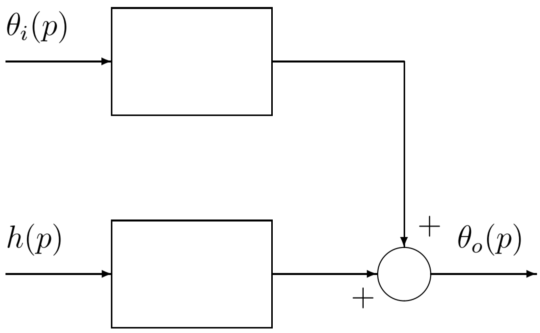
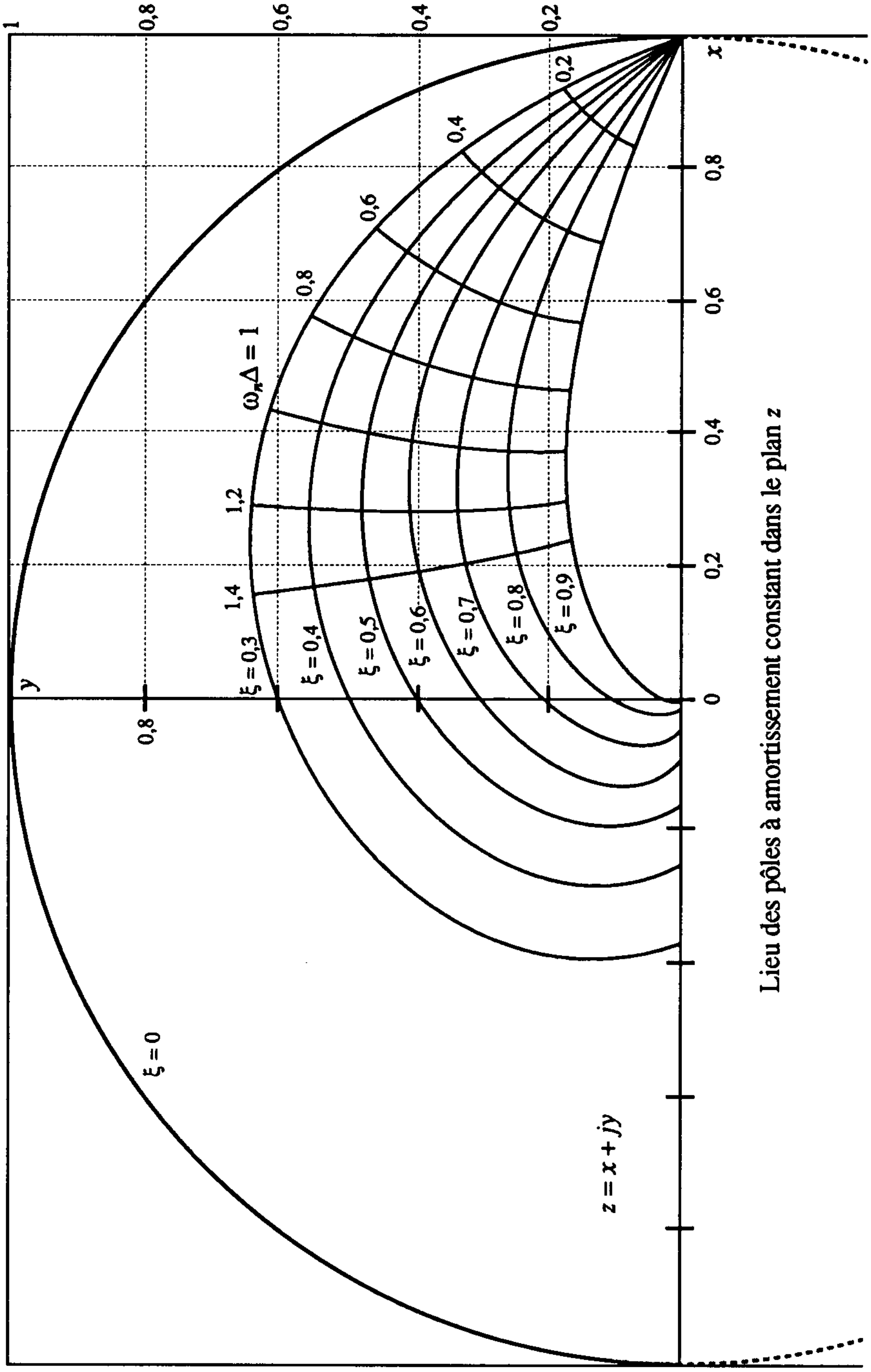
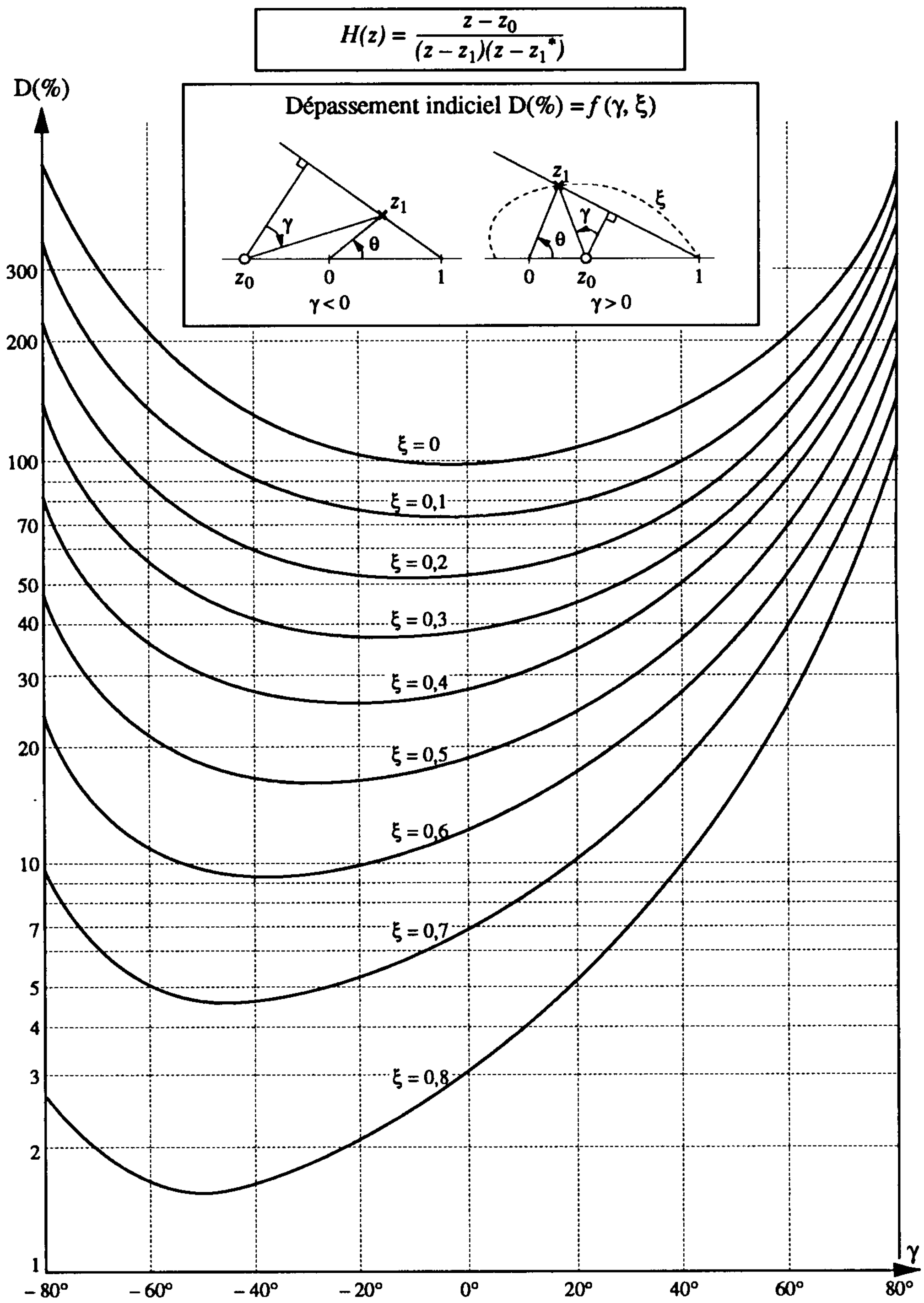


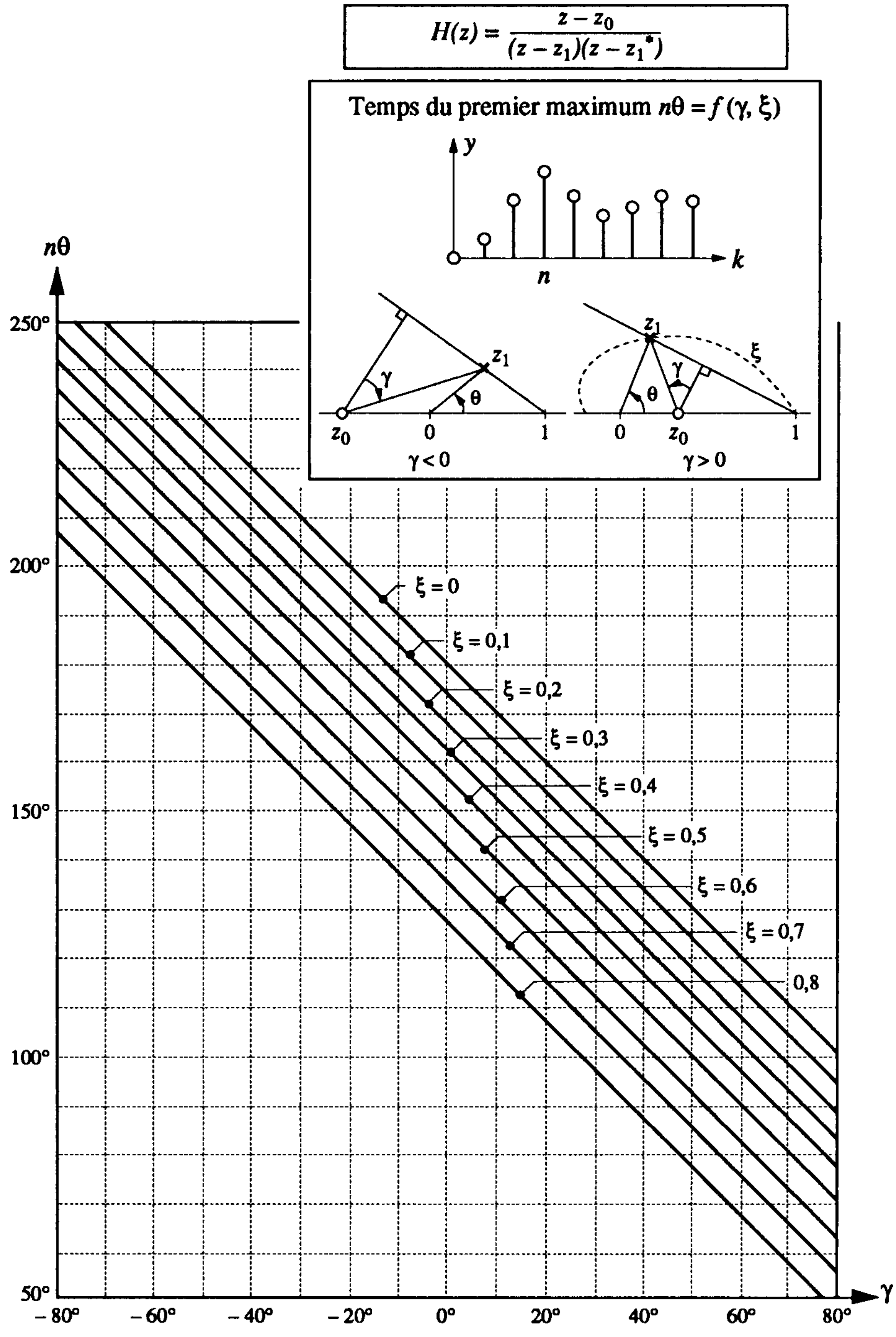
FIG. 5 –



Lieu des pôles à amortissement constant dans le plan z



$H(z) = \frac{z - z_0}{(z - z_1)(z - z_1^*)}$
Dépassement indiciel D(%) = $f(\gamma, \xi)$
z_1
γ
θ
z_0
0
1
$\gamma < 0$
ξ
$\gamma > 0$
D(%)
300
200
100
70
50
40
30
20
10
7
5
4
3
2
1
$\xi = 0$
$\xi = 0{,}1$
$\xi = 0{,}2$
$\xi = 0{,}3$
$\xi = 0{,}4$
$\xi = 0{,}5$
$\xi = 0{,}6$
$\xi = 0{,}7$
$\xi = 0{,}8$
– 80°
– 60°
– 40°
– 20°
0°
20°
40°
60°
80°
γ



$H(z) = \frac{z - z_0}{(z - z_1)(z - z_1^*)}$
Temps du premier maximum $n\theta = f(\gamma, \xi)$
y
k
n
z_1
γ
θ
z_0
0
1
γ < 0
z_1
ξ
γ
θ
0
z_0
1
γ > 0
nθ
250°
200°
150°
100°
50°
ξ = 0
ξ = 0,1
ξ = 0,2
ξ = 0,3
ξ = 0,4
ξ = 0,5
ξ = 0,6
ξ = 0,7
0,8
– 80°
– 60°
– 40°
– 20°
0°
20°
40°
60°
80°
γ

Ecole des Mines d'Albi-Carmaux
Formation Initiale 3e année

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS OU ECHANTILLONNES
(Notes de cours et TD autorisées)

EPREUVE DE RAPPEL

Exercice 4 :

Le schéma de la Figure 1 représente un asservissement en position avec une boucle intérieure d'asservissement en vitesse.

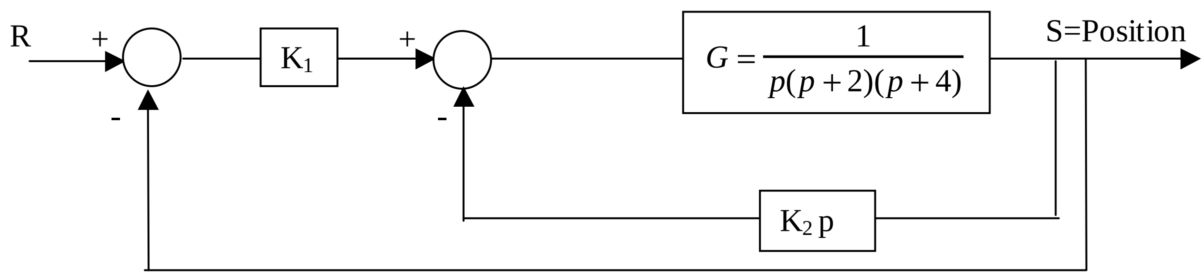


Figure 1. Schéma-bloc de l'asservissement en position

1. Montrer que cet asservissement peut se ramener au système de la Figure 2, avec une seule boucle (en position). Calculer H(p).

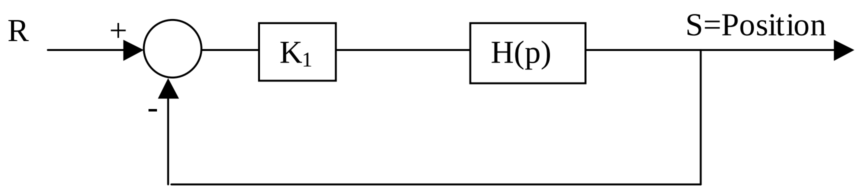


Figure 2. Système équivalent

2. Calculer la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) correspondant au schéma de la Figure 2. Quelle est sa classe?

3. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement en position. Ecrire l'équation caractéristique.

4. On souhaite placer deux pôles en boucle fermée en $p_{1,2}$=-1,3 ± 2,3 j. Calculer les valeurs de réglage corrspondantes pour K1 et K2.
Calculer la valeur du 3e pôle.

5. Cet asservissement est-il stable? Pourquoi?

6. Calculer la valeur en régime permanent de la sortie S, en réponse à une variation de l'entrée égale à un échelon d'amplitude 10. Le système est-il précis? Pourquoi?

7. Tracer à main levée l'allure générale de la réponse du système à une consigne échelon (sans calcul).