École des Mines d'Albi-Carmaux — Décembre 2004
Formation Initiale 3ième année

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS

(Notes de cours et TD autorisées)

– Les 4 exercices sont indépendants –

Les calculs doivent être détaillés au maximum.

Exercice 1 :

On considère le processus échantillonné de la figure FIG. 1.

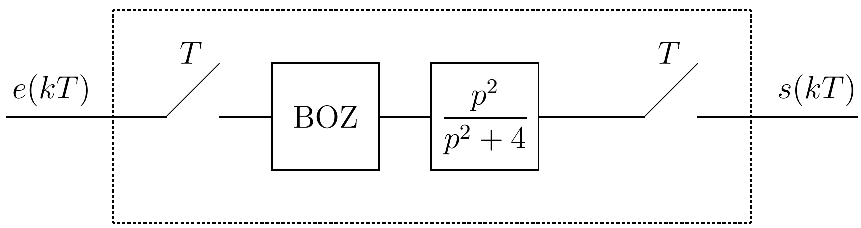

FIG. 1 – Processus échantillonné

1.1) Calculer la fonction de transfert $\dfrac{S(z)}{E(z)}$.

1.2) En déduire l'expression de $S(z)$ pour une entrée de type échelon unité.

1.3) On choisit une période d'échantillonnage égale à π secondes. Calculer la valeur des 10 premiers échantillons de la réponse $s(kT)$ et tracer le signal correspondant.

1.4) On choisit une période d'échantillonnage égale à $\dfrac{\pi}{4}$ secondes. Calculer la valeur des 10 premiers échantillons de la réponse $s(kT)$ et tracer le signal correspondant.

1.5) Expliquer les résultats obtenus aux questions 1.3) et 1.4).

Exercice 2 :

Il est important de connaître l'endroit où agit une perturbation sur un système car cela conditionne la façon de régler les paramètres du correcteur pour avoir des performances satisfaisantes en mode régulation.

On considère les 3 configurations des figures Fig. 2, Fig. 3 et Fig. 4, où $G(z)$ désigne le processus numérique à commander, $C(z)$ un correcteur numérique, $E(z)$ la consigne et $D(z)$ une perturbation.

2.1) Pour chacune des 3 configurations, calculer l'expression de la FTBF en régulation.

On suppose que $C(z)$ est un correcteur proportionnel de gain K et $G(z)$ est un processus numérique qui ne présente ni pôle ni zéro en $z = 1$.

2.2) Pour chacune des 3 configurations, calculer le gain statique de la FTBF en régulation et en déduire le réglage de la valeur du gain K (compléter le tableau Tab. 1 en indiquant d'une croix le réglage le mieux adapté à la configuration donnée; expliquer votre réponse).

Configuration	K le plus faible possible	K le plus grand possible
N° 1		
N° 2		
N° 3		

Tab. 1 – Réglage du correcteur

Exercice 3 :

On veut commander le niveau d'eau dans un réservoir à l'aide d'une vanne qui permet de modifier le débit de sortie. L'entrée $u(t)$ désigne la commande du moteur électrique de la vanne, la variable $z(t)$ la position de la vanne et la sortie $y(t)$ l'écart entre le niveau d'eau dans le réservoir et son niveau nominal. En l'absence de perturbation, le modèle de ce système est décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) + \tau\,\ddot{z}(t) = u(t) \\ \dot{y}(t) = \beta\, z(t) \end{cases}$$

où τ et β sont deux constantes positives.

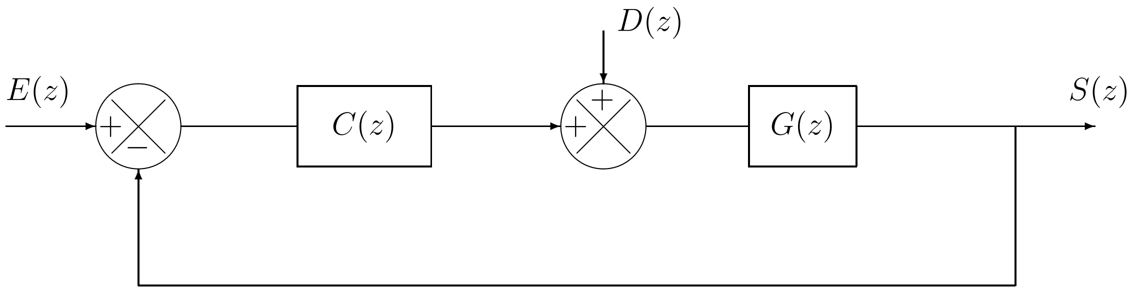

Fig. 2 – Configuration N° 1

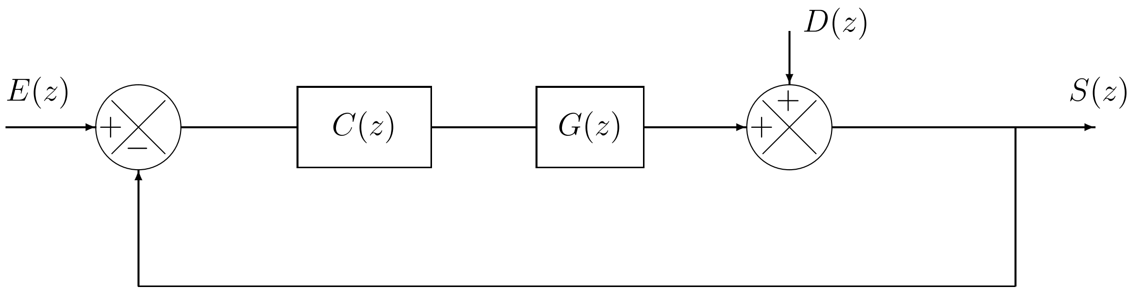

Fig. 3 – Configuration N° 2

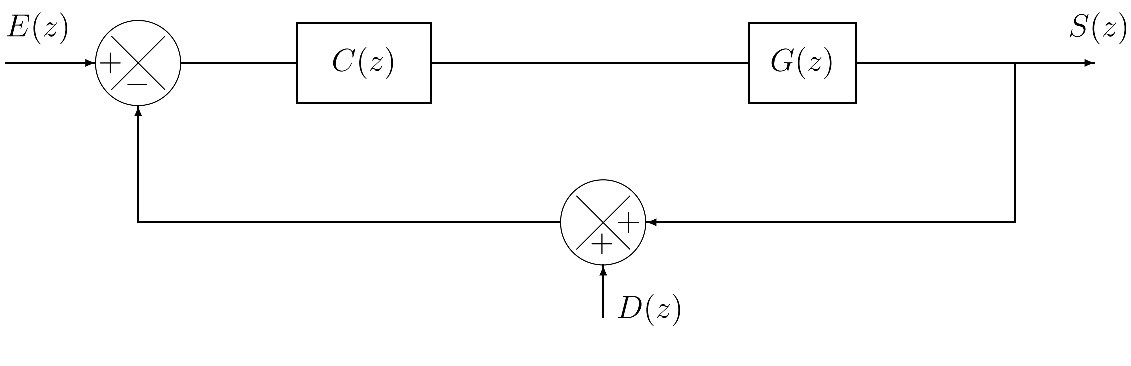

Fig. 4 – Configuration N° 3

3.1) Donner la représentation d'état (A, B, C, D) de ce système correspondant au vecteur d'état suivant :

$$x(t) = \begin{pmatrix} y(t) \\ z(t) \\ \dot{z}(t) \end{pmatrix}$$

3.2) Déterminer les pôles du système et discuter sa stabilité.

3.3) Montrer que le système est commandable.

Exercice 4 :

On considère le système numérique dont une représentation d'état est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= 2\,x_1(k) + u(k) \\ x_2(k+1) &= 3\,x_2(k) + 2\,u(k) \\ y(k) &= -2\,x_1(k) + \frac{3}{2}\,x_2(k) \end{aligned}$$

u désigne l'entrée.
y désigne la sortie.
x_1 et x_2 désignent les composantes du vecteur d'état x.

4.1) Donner les matrices F, G, P et Q correspondant à cette représentation d'état.

4.2) Étudier la stabilité du système.

4.3) Calculer les valeurs des composantes K_1 et K_2 de la matrice de retour d'état K qui permettent d'obtenir un système en boucle fermée présentant 1 pôle double égal à 0.

4.4) Calculer la FTBF du système corrigé.

4.5) Tracer sa réponse à un échelon de position unité. Conclure sur l'intérêt de la commande proposée.