

**AUTOMATIQUE**  
**ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES**  
**CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS**  
(Notes de cours et TD autorisées)

ÉPREUVE DE RAPPEL

– Les 4 exercices sont indépendants –

Les calculs doivent être détaillés au maximum.

Exercice 1 :

On considère le système à 3 variables d'état  $x_1$ ,  $x_2$ , et  $x_3$  représenté sur la figure 1.  $u(t)$  désigne le signal d'entrée et  $y(t)$  le signal de sortie.

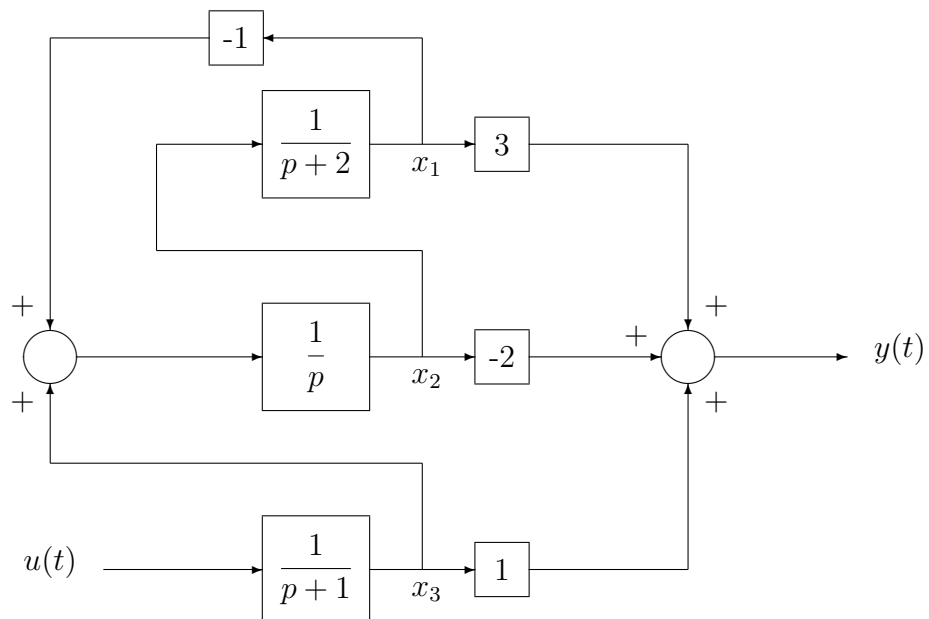


FIG. 1 –

1.1) Écrire les équations d'état de ce système.

Exercice 2 :

On considère le système décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

**2.1)** Montrer que ce système est instable.

On se propose d'améliorer le comportement du système en recourant à une commande par retour d'état.

**2.2)** Calculer la matrice de retour d'état  $K$  qui conduit à un système en boucle fermée présentant les 2 pôles suivants :

$$\begin{aligned} p_1 &= -2 + j \\ p_2 &= -2 - j \end{aligned}$$

**2.3)** Quelle sera la valeur de régime permanent atteinte par le système en boucle fermée en réponse à un échelon unité ?

Exercice 3 :

On considère le système de la figure 2.

La fréquence d'échantillonnage est égale à  $5 Hz$ .

**3.1)** Donner la fonction de transfert en  $z$  du système.

**3.2)** En posant  $\alpha = e^{-T}$ , montrer que la réponse à un échelon unité en entrée s'écrit :

$$S(z) = \frac{(1 - \alpha)z}{(z - 1)(z + 1 - 2\alpha)}$$

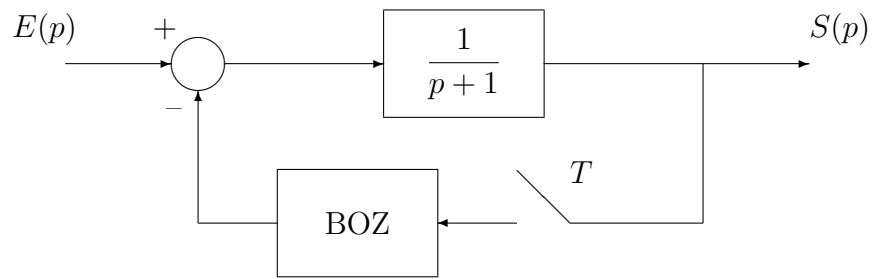


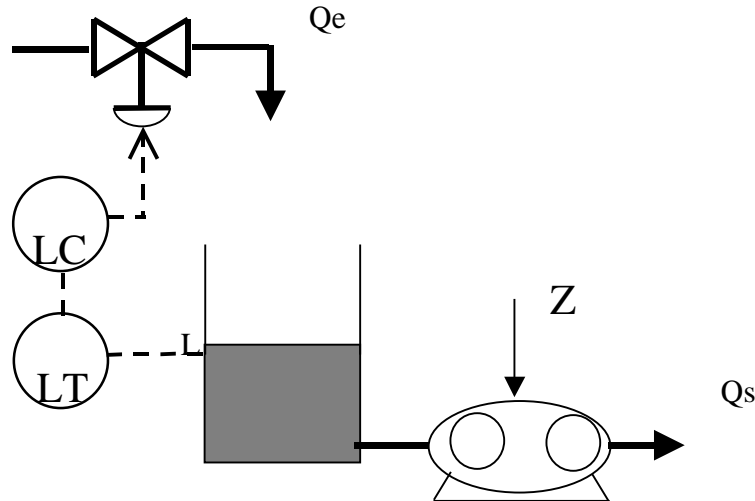
FIG. 2 –

**3.3)** Calculer la réponse  $s(kT)$  correspondante.

**3.4)** Calculer les valeurs  $s(0)$ ,  $s(T)$ ,  $s(2T)$ ,  $s(3T)$  et  $s(+\infty)$ .

Exercice 4 :

Sur la figure ci-dessous, est représenté le système de régulation de niveau d'un bac de stockage (le niveau est noté L). La pompe permet de fixer un débit de soutirage  $Q_s$ . C'est un signal Z envoyé à la pompe qui permet de faire varier  $Q_s$ . Le débit d'entrée  $Q_e$  est maîtrisé par une vanne de type NF.



Au point nominal de fonctionnement, les fonctions de transfert suivantes ont été identifiées :

$$\frac{L^*(p)}{Q_e^*(p)} = \frac{1}{25p} \quad \frac{L^*(p)}{Z^*(p)} = \frac{-1}{25p}$$

Les fonctions de transfert de la vanne et du capteur - transmetteur sont négligées.  
La fonction de transfert du régulateur de niveau sera notée  $R(p)$ .

- Q1.** Représenter le schéma-blocs du système en boucle fermée.
- Q2.** Calculer la fonction de transfert en boucle fermée d'asservissement entre la consigne de niveau ( $L_c^*$ ) et le niveau dans le bac ( $L^*$ ).
- Q3.** Calculer la fonction de transfert en boucle fermée de régulation entre le signal ( $Z^*$ ) et le niveau du bac ( $L^*$ ).
- Q4.** Le régulateur est dans un premier temps de type P (gain noté  $K_r$ ).  
Calculer l'écart statique dans le cas d'un échelon unitaire sur la consigne (cas 1) et dans le cas d'un échelon unitaire sur le signal Z (cas 2).
- Q5.** Le régulateur est maintenant de type PI parallèle (gain noté  $K_r$ , temps intégral noté  $T_I$ ).  
Calculer l'écart statique dans le cas d'un échelon unitaire sur la consigne (cas 1) et dans le cas d'un échelon unitaire sur le signal Z (cas 2).  
Commenter les résultats trouvés.
- Q6.** Faire l'application numérique pour Q4 et Q5 en prenant  $K_r = 2$  et  $T_I = 16$ .  
Quels sont les avantages du régulateur PI dans les 2 cas considérés (cas 1 et 2).