École des Mines d'Albi-Carmaux — Décembre 2003
Formation Initiale 3ième année

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES
CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS
(Notes de cours et TD autorisées)

– Les 5 exercices sont indépendants –

Les calculs doivent être détaillés au maximum.

Exercice 1 :

On considère un processus continu de fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{1}{1 + 0,4\,p}$$

On réalise une commande numérique de ce système suivant le schéma de la figure 1.

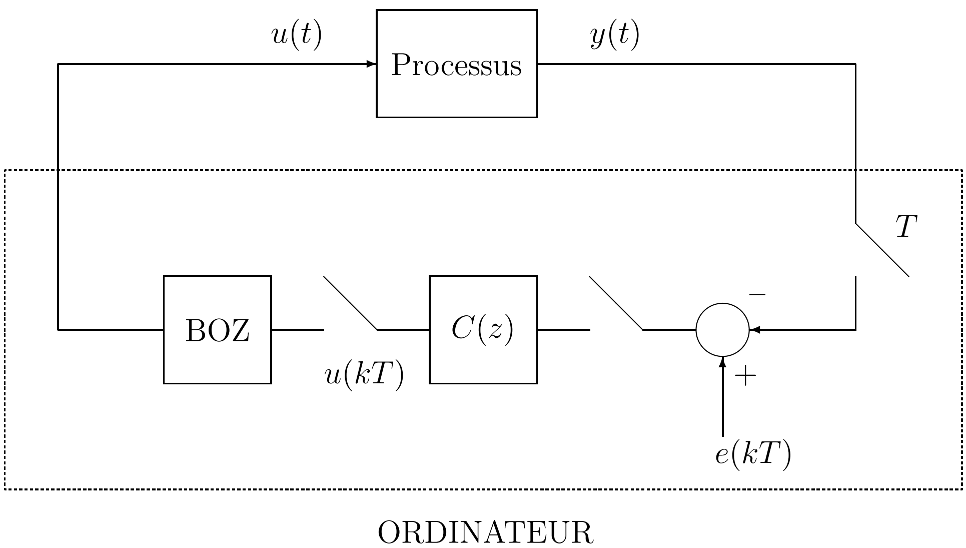


FIG. 1 – Processus continu dans une boucle numérique d'asservissement

On choisit un correcteur numérique de fonction de transfert :

$$C(z) = \frac{z - 0,2}{z - 1}$$

On choisit une fréquence d'échantillonnage de $2,5\,Hz$.

1.1) Calculer la fonction de transfert numérique $\dfrac{Y(z)}{E(z)}$ en boucle fermée (FTBF). Donner son gain statique (justifier le résultat).

1.2) Après avoir remarqué que la FTBF correspond à un deuxième ordre numérique, utiliser les abaques fournies en annexe[1] pour déterminer :

a) le dépassement en réponse à un échelon,

b) l'instant du premier dépassement.

<u>Exercice 2</u> :

On considère le schéma de la figure 2.

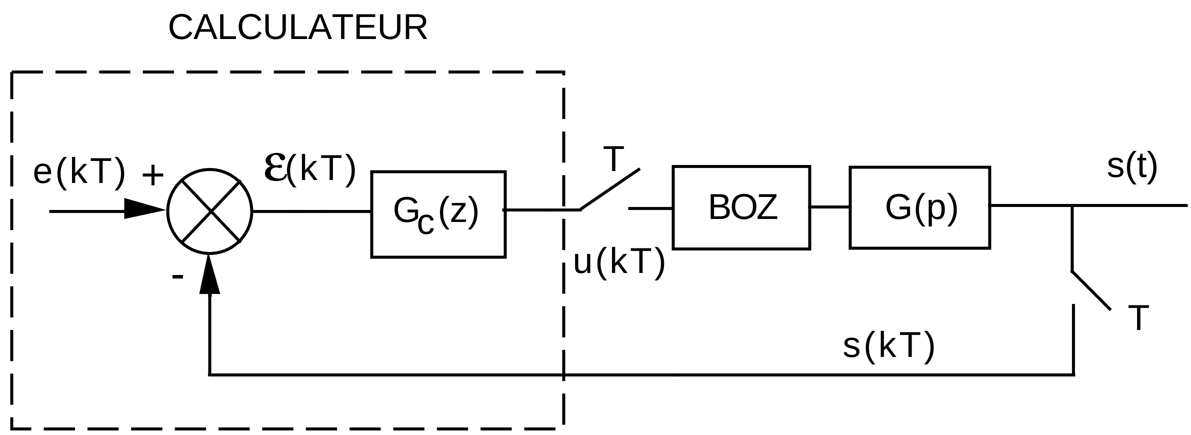


Fig. 2 –

Un calcul de correcteur numérique a conduit à l'équation récurrente suivante :

$$u(k) = u(k-1) - \varepsilon(k+1) + \varepsilon(k)$$

2.1) Calculer la fonction de transfert $G_c(z)$ du correcteur numérique correspondant.

2.2) Expliquer pourquoi ce correcteur n'est pas utilisable.

[1] Les abaques utilisées devront être jointes à la copie.

Exercice 3 :

On considère le circuit électrique de la figure 3.

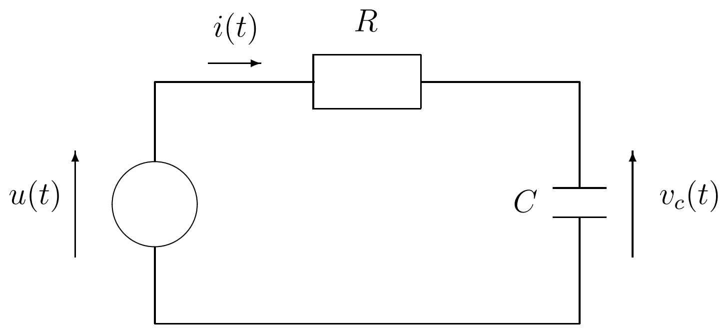


FIG. 3 –

$u(t)$ désigne la tension d'excitation du circuit.
$v_c(t)$ désigne la tension aux bornes du condensateur.
$i(t)$ désigne le courant parcourant le circuit. Il sera considéré comme la sortie du système.

On choisit comme vecteur d'état : $x(t) = v_c(t)$.

3.1) Donner la représentation d'état du système correspondant au vecteur d'état choisi.

3.2) En déduire la fonction de transfert du système $\dfrac{I(p)}{U(p)}$.

Exercice 4 :

On considère le système discret dont une représentation d'état est donnée par :

$$x(k+1) = F\,x(k) + G\,u(k)$$

avec :

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,16 & -1 \end{bmatrix} \qquad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4.1) Calculer les pôles du système. Commentaire.

4.2) Calculer la commande par retour d'état qui permet d'obtenir un système en boucle fermée présentant 2 pôles égaux à $z_{1,2} = 0,5 \pm j\,0,5$.

4.3) Calculer la fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) correspondante.

Exercice 5 :

On considère le système continu dont une représentation d'état est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

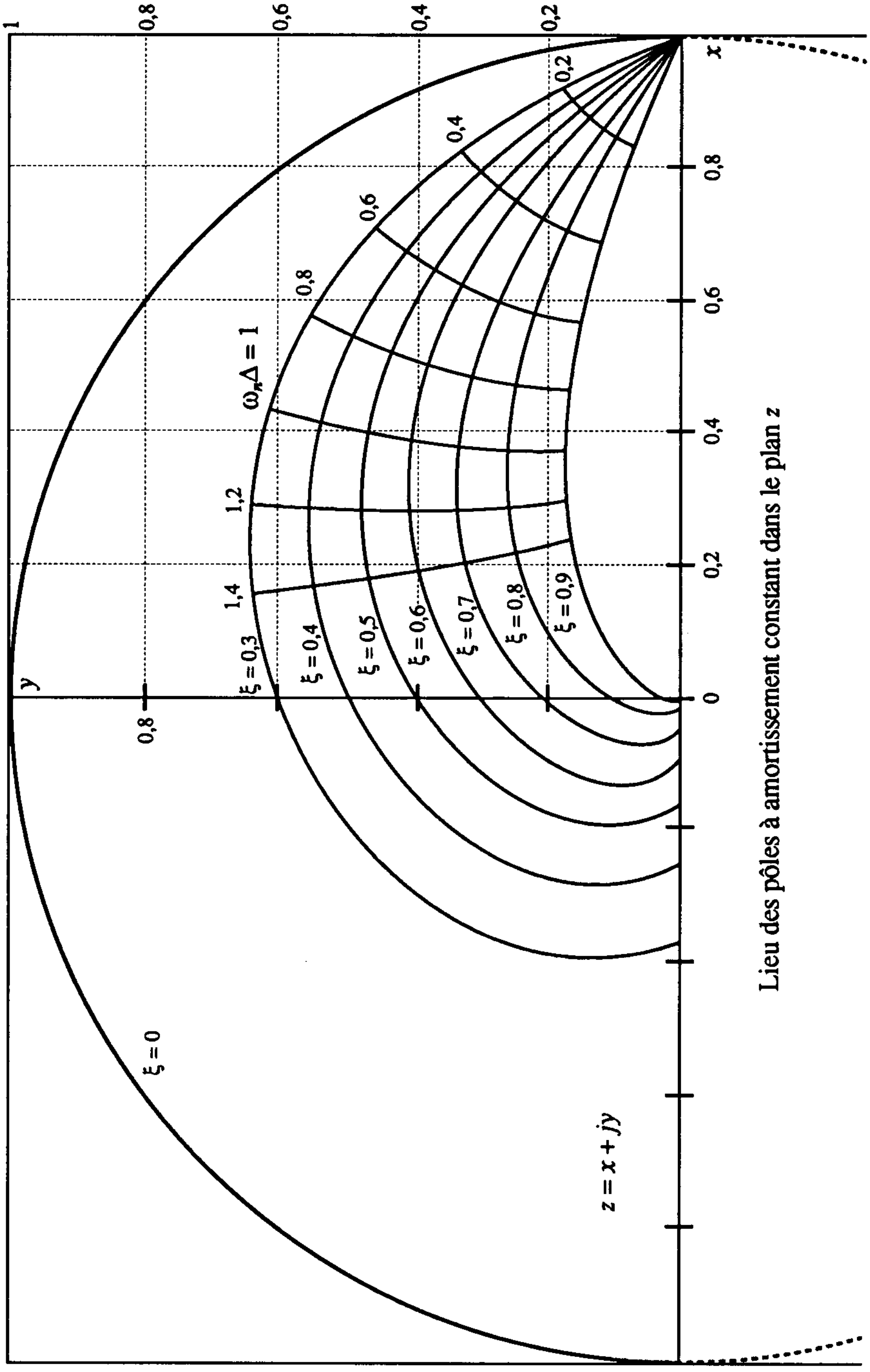
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

5.1) Ce système est-il commandable ? Est-il observable ?

On échantillonne ce système avec une période T.

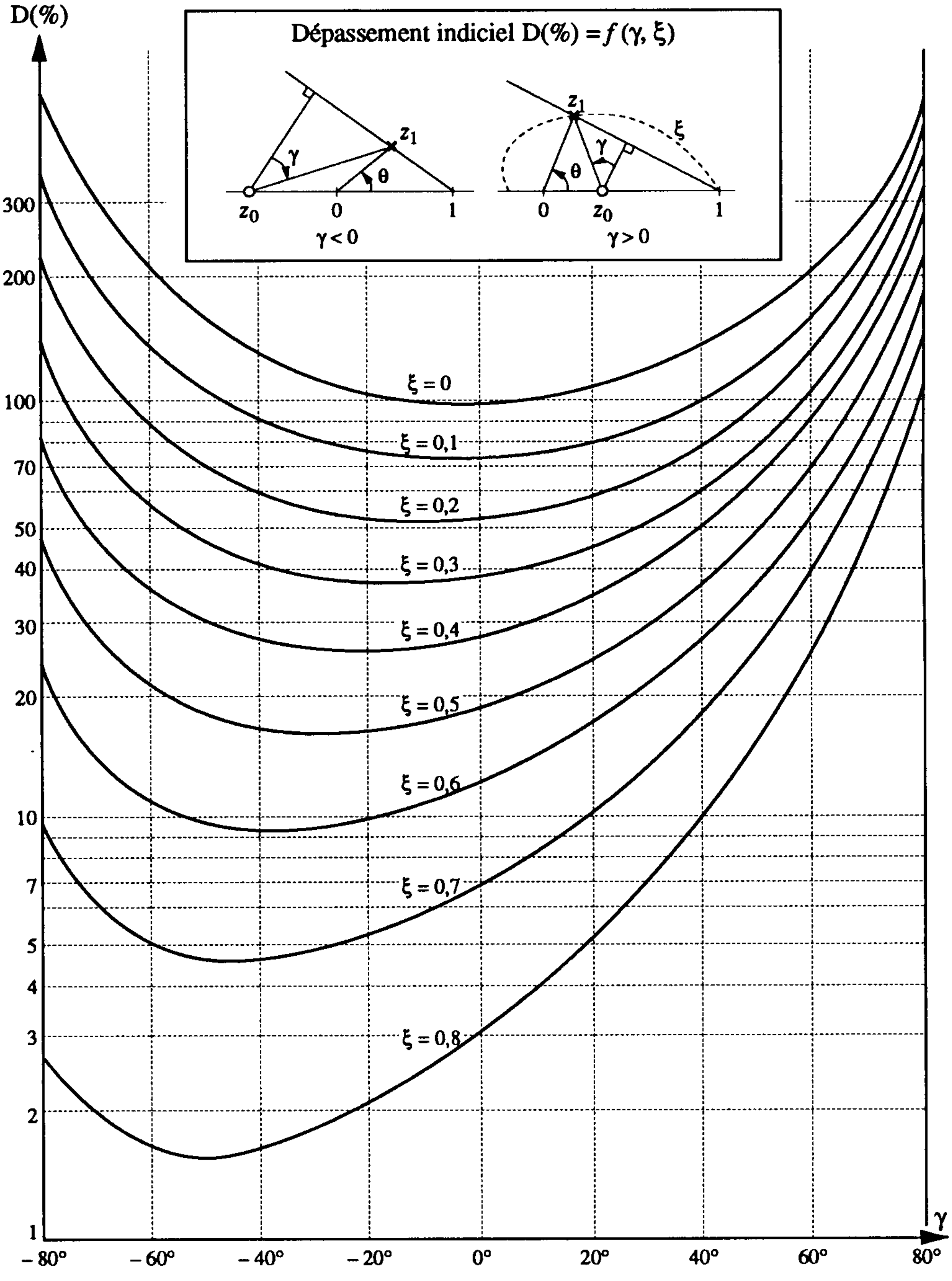
5.2) Calculer la représentation d'état du système échantillonné correspondant.

5.3) Quelle condition doit vérifier la période T pour garantir la commandabilité et l'observabilité du système échantillonné ?



Lieu des pôles à amortissement constant dans le plan z

$$H(z) = \frac{z - z_0}{(z - z_1)(z - z_1^*)}$$



$$H(z) = \frac{z - z_0}{(z - z_1)(z - z_1^*)}$$