

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES
CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS
(Notes de cours et TD autorisées)

ÉPREUVE DE RAPPEL

– Les 3 exercices sont indépendants –

Les calculs doivent être détaillés au maximum.

Exercice 1 :

On considère le système de la figure 1-a qui correspond à un processus continu en boucle ouverte.

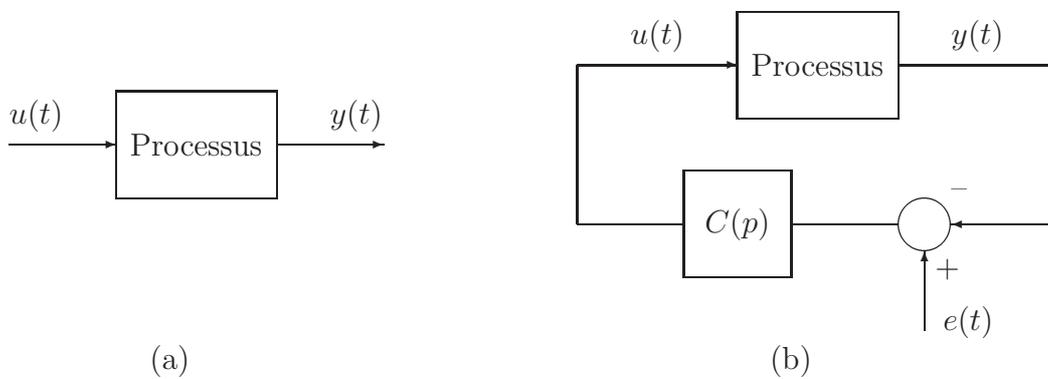


FIG. 1 – (a) *Processus continu en boucle ouverte* - (b) *Processus continu dans une boucle analogique d'asservissement*

Le processus étudié a pour fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{p^2}$.

Dans un premier temps, on envisage de piloter le système par une boucle d'asservissement analogique (cf. figure 1-b) et une **commande proportionnelle**.

1.1) Expliquer pourquoi cette façon de procéder est vouée à l'échec.

Dans un deuxième temps, plutôt que de poursuivre dans la voie «commande analogique», on décide de piloter le processus continu par une boucle numérique d'asservissement selon le schéma de la figure 2.

On choisit une fréquence d'échantillonnage de $1 Hz$.

Le correcteur numérique choisi a pour fonction de transfert :

$$C(z) = 0,374 \frac{z - 0,85}{z}$$

- 1.2) À partir de l'expression du correcteur numérique utilisé, donner l'équation récurrente permettant de calculer les échantillons de commande numérique $u(kT)$.
- 1.3) Calculer la fonction de transfert en Z du **processus numérique équivalent** au processus continu $G(p)$ muni de son BOZ et échantillonné à la période T (cf. figure 3).
- 1.4) En déduire la fonction de transfert numérique $\frac{Y(z)}{E(z)}$ en boucle fermée.
Donner son gain statique (justifier le résultat).

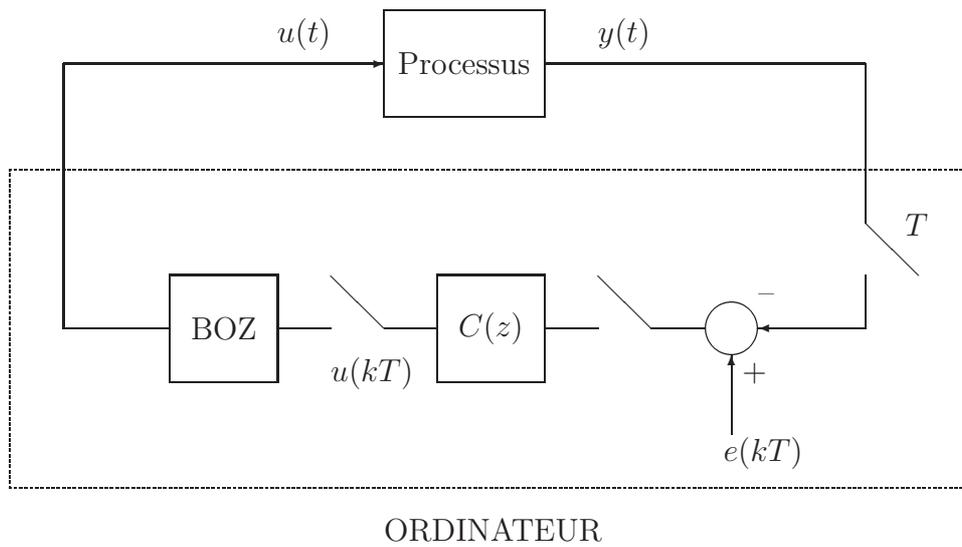


FIG. 2 – *Processus continu dans une boucle numérique d'asservissement*

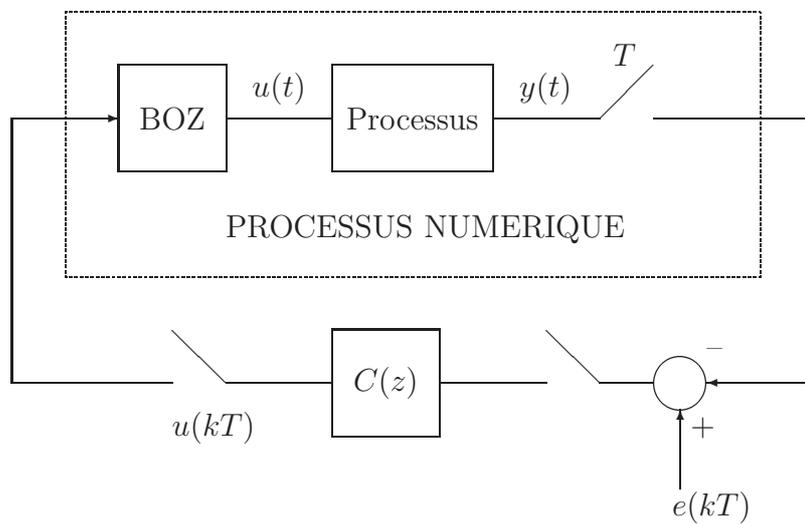


FIG. 3 – *Processus continu dans une boucle numérique d'asservissement*

Exercice 2 :

On considère le système mécanique de la figure 4 constitué de 2 masselottes de masses m_1 et m_2 reliées par un ressort de raideur k et un amortisseur.

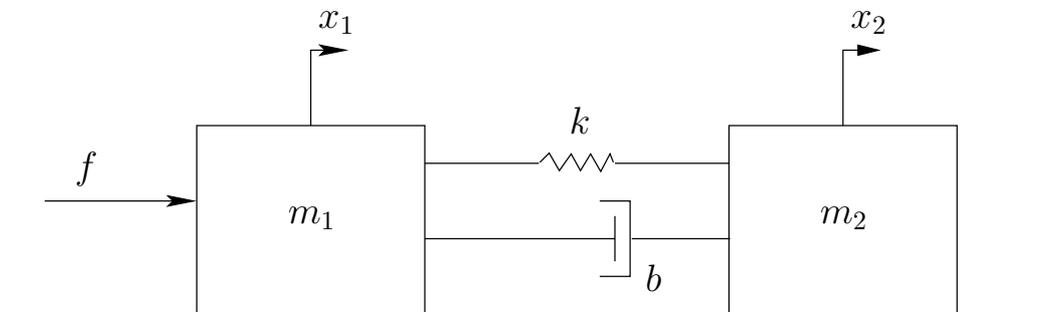


FIG. 4 – Un système mécanique masses/ressort amorti

On désigne par x_1 et x_2 la position de chaque masselotte par rapport à sa position d'équilibre et par f la force appliquée à la masselotte 1. L'amortisseur introduit une force antagoniste proportionnelle à la vitesse de déplacement.

En négligeant les frottements, la mise en équation de ce système conduit à¹:

$$m_1 \ddot{x}_1 = -b(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k(x_1 - x_2) + f \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -b(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k(x_2 - x_1) \quad (2)$$

On choisit le vecteur d'état constitué de la position et de la vitesse de chaque masselotte :

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix}$$

On considère que la sortie du système est la position $x_1(t)$ de la masselotte 1.

2.1) Écrire la représentation d'état du système.

1. L'examinateur est vraiment sympa de fournir ces équations!

Exercice 3 :

On considère un système d'entrée u et de sortie y dont une représentation d'état est :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 25 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

3.1) Étudier la stabilité du système.

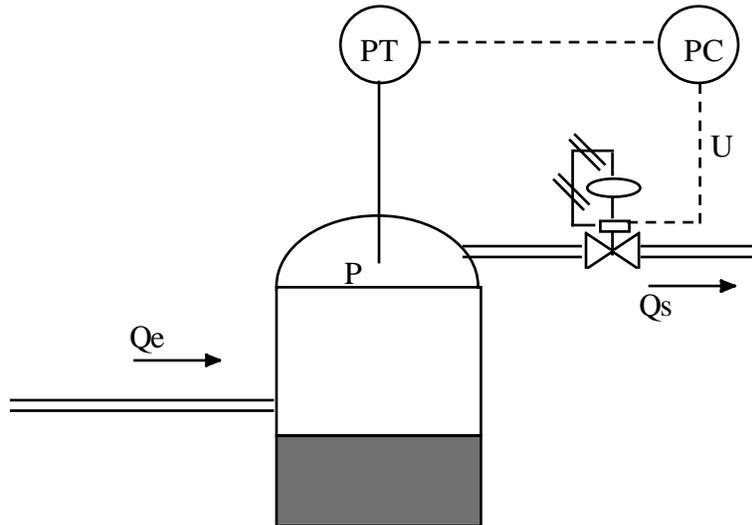
On se propose de piloter ce système en boucle fermée et on souhaite que le système en boucle fermée présente 2 pôles : $p_1 = -1.8 + j 2.4$ et $p_2 = -1.8 - j 2.4$.

3.2) Calculer la commande par retour d'état qui permet de satisfaire cet objectif.

3.3) Quel sera le dépassement du système en boucle fermée en réponse à un échelon unité?

RAPPEL
COMMANDE DES SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS
 Année 02/03

Soit le réacteur et son système de commande représentés sur la figure ci-dessous. Q_e et Q_s représentent respectivement les débits entrée et sortie du gaz. P est la pression dans l'enceinte du réacteur et U la commande électrique fournie par le régulateur à l'électrovanne.



Q1 : Quelle est la grandeur réglée ? Quelle est la commande utilisée ?

Le régulateur utilisé est de type PI série; les fonctions de transfert de la chaîne de mesure sont négligées et donc assimilées à un gain égal à 1. Autour d'un point nominal de fonctionnement, une identification a permis de déterminer les fonctions de transfert suivantes :

- $H1(p)$ en absence de toute perturbation,
- $H2(p)$ en présence d'une variation de Q_e (commande du régulateur maintenue constante).

$$H1(p) = \left(\frac{P^*(p)}{U^*(p)} \right)_{Q_e^*=0} = \frac{1,2}{1+96p}$$

$$H2(p) = \left(\frac{P^*(p)}{Q_e^*(p)} \right)_{U^*=0} = \frac{1,8}{1+96p}$$

**Q2 : La vanne est de type normalement ouverte : justifier ce choix.
 Quel est le sens d'action du régulateur ?**

**Q3 : Représentez le schéma-blocs du système en boucle fermée.
 Calculer toutes les fonctions de transfert en boucle ouverte et boucle fermée.**

On désire avoir une fonction de transfert en boucle fermée d'asservissement correspondant à un système avec une dynamique du premier ordre et une précision parfaite.

**Q4 : Quelles conditions doivent satisfaire les paramètres du régulateur afin d'avoir cette FTBF d'asservissement ?
 Quels réglages ont été utilisés (valeurs de K_r et T_I) pour obtenir la courbe ci-dessous ?**

Reponse a un echelon unitaire de consigne en boucle fermee

