Ecole des Mines d'Albi-Carmaux — Décembre 1997
Formation Initiale 2ème année

AUTOMATIQUE : SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS

(Notes de cours et TD autorisées)

- Les 3 exercices sont indépendants -

Exercice 1 :

On désire produire une solution de concentration C fixée. Pour cela, on dispose d'un bac alimenté par la solution diluée (à 1 g/l) que l'on concentre à l'aide d'un débit Q de produit pur.
Une analyse fréquentielle du procédé a fourni les informations suivantes.

En réponse à un débit Q variant comme :

$$Q = 5 + 5\sin(2\pi f t) \quad \text{(l/h)}$$

l'évolution de la concentration C au cours du temps a été :

$$C = 5 + b\sin(2\pi f t + \varphi) \quad \text{(g/l)}$$

Pour différentes valeurs de la fréquence f, on a obtenu les résultats regroupés dans le Tableau 1.

En déduire la fonction de transfert $H(p)$ reliant les fluctuations de la sortie (C) à celles de l'entrée (Q).

f (cycles/h)	1	2	3	4	6	20
b (g/l)	3.8	3.4	2.9	2.5	1.85	0.65
φ (degrés)	-17.5	-32.15	-43.3	-51.5	-62.05	-81

Tab. 1 – Résultats de l'analyse fréquentielle

Exercice 2 :

On considère un réacteur parfaitement agité dans lequel s'effectue la réaction $A \longrightarrow B$. On désigne par Q le débit d'alimentation du réacteur et par C_A la concentration du produit A en sortie du réacteur.
Une étude de la réponse du système à un échelon sur le débit d'entrée a fourni la courbe donnée en Figure 1.
A l'aide de cette courbe, déterminer la fonction de transfert qui relie les fluctuations de la concentration C_A à celles du débit Q.

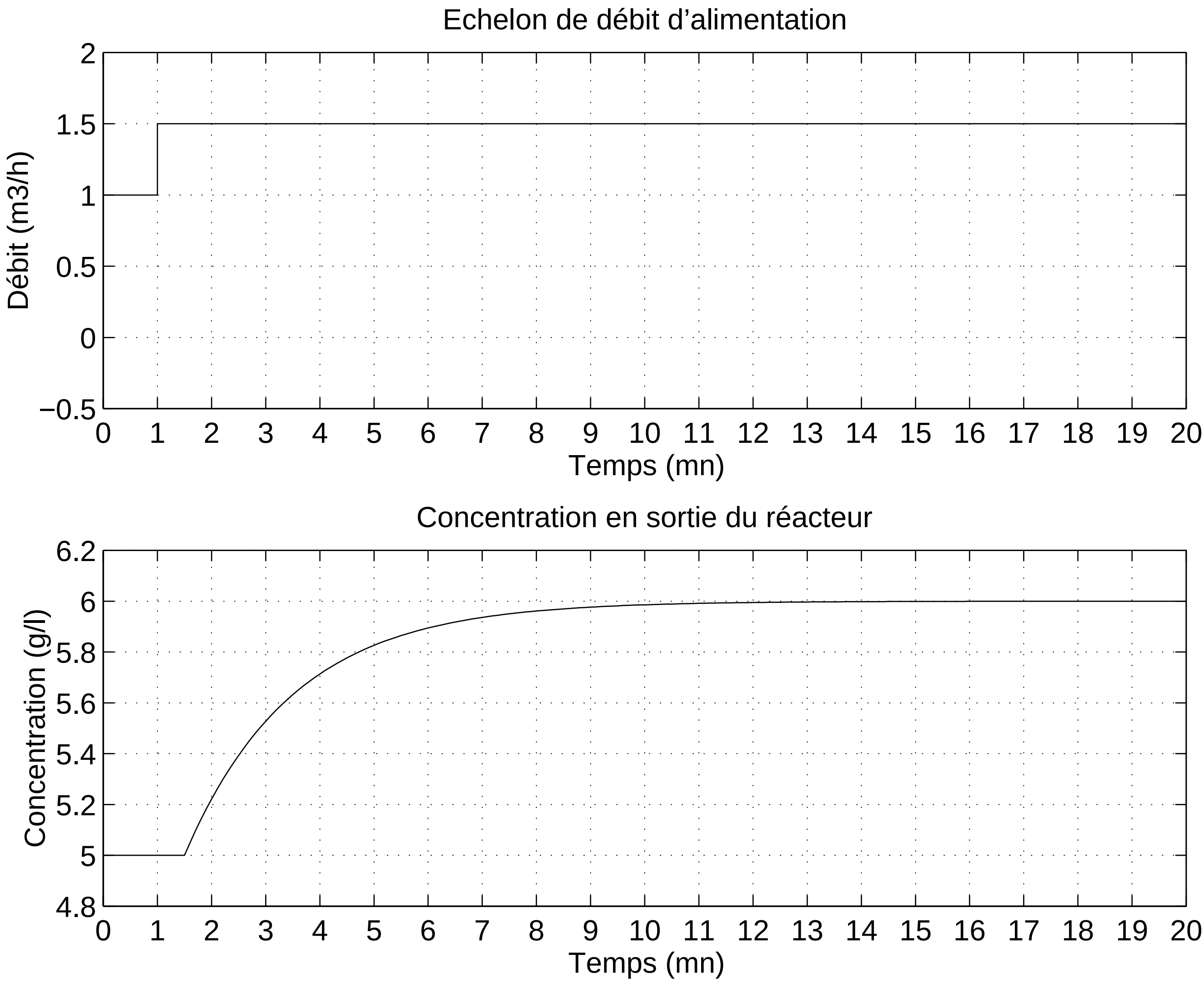

FIG. 1 – Variations de la concentration C_A en sortie du réacteur en réponse à un échelon du débit d'alimentation Q

Exercice 3 :

On considère le système de la Figure 2 constitué de deux réservoirs en série.
Au repos, le débit d'entrée et le débit de sortie sont tous les deux égaux à $\overline{Q}$, et le débit entre les deux réservoirs est nul. Les niveaux dans les réservoirs 1 et 2 sont tous les deux égaux à $\overline{H}$.
A $t = 0$, le débit d'entrée est modifié de $\overline{Q}$ à $\overline{Q} + q$, où q désigne une petite variation du débit d'entrée. Les variations de niveau (h_1 et h_2) et de débits (q_1 et q_2) résultant de cette modification sont supposées faibles.
On désigne par S_1 et S_2 les sections des réservoirs 1 et 2, respectivement. La résistance à l'écoulement[1] de la valve située entre les deux réservoirs est désignée par R_1 et celle de la vanne de sortie est désignée par R_2.

Caractéristiques du système :

$$S_1 = 1\,dm^2 \quad , \quad R_1 = 1\,s/dm^2$$

$$S_2 = 1\,dm^2 \quad , \quad R_2 = 1\,s/dm^2$$

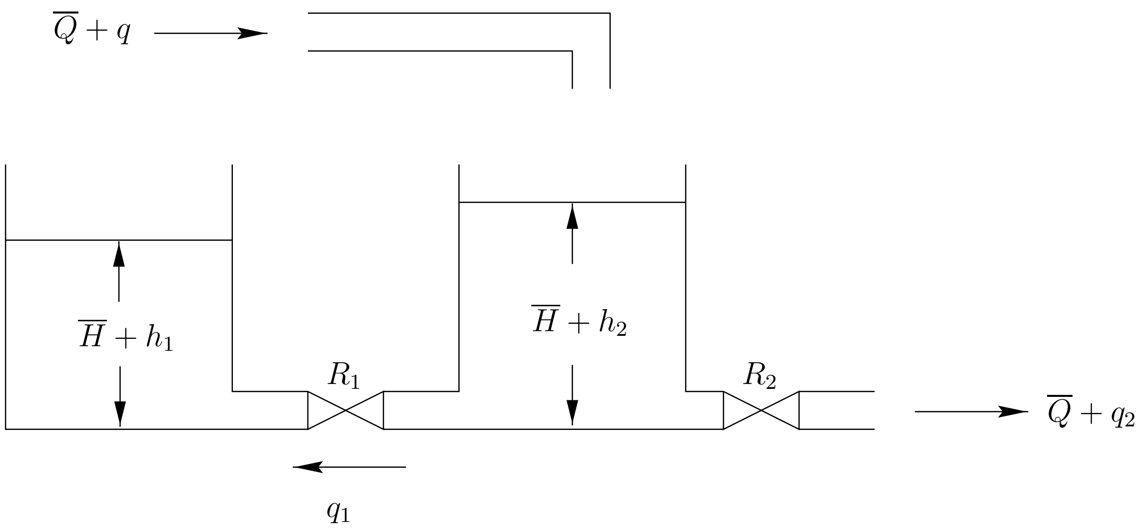

Fig. 2 – Deux réservoirs en série

1. résistances à l'écoulement :

$$R_1 = \frac{h_2 - h_1}{q_1} \qquad , \qquad R_2 = \frac{h_2}{q_2}$$

1) Montrer que la modélisation du système conduit aux équations différentielles suivantes :

$$R_1 S_1 \frac{dh_1}{dt} + h_1 = h_2$$

$$R_2 S_2 \frac{dh_2}{dt} + \frac{R_2}{R_1} h_2 + h_2 = R_2 q + \frac{R_2}{R_1} h_1$$

2) On choisit comme variables d'état les niveaux h_1 et h_2.
Donner la représentation d'état correspondant aux deux cas suivants :
   a) on observe le débit q_2.
   b) on observe le niveau h_2.

3) Application numérique.

4) Le système est-il stable, commandable, observable ?

5) Calculer les fonctions de transfert $\dfrac{Q_2(p)}{Q(p)}$ et $\dfrac{H_2(p)}{Q(p)}$.

6) En négligeant l'influence du zéro au numérateur des fonctions de transfert trouvées à la question 5), donner l'allure de l'évolution du niveau dans le bac 2, en réponse à un échelon de débit d'alimentation.