

**AUTOMATIQUE : SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS**  
*EXAMEN DE RATRAPAGE*  
(durée : 1h30)  
(Notes de cours et TD autorisées)

Rappel :

Un système stable, d'entrée  $U$  et de sortie  $Y$  est au repos lorsque, l'entrée étant constante, la sortie l'est aussi.

Les différents points de repos, obtenus en faisant varier lentement l'entrée et en attendant la stabilisation de la sortie, décrivent une courbe appelée *caractéristique statique*, en général non linéaire.

On appelle  $u$ , la "petite" variation  $\Delta U$  de l'entrée au voisinage du repos  $U_0$  :  $u = \Delta U = U - U_0$ .

De même  $y = \Delta Y = Y - Y_0$ .

On appelle gain statique  $K$ , la pente de la tangente en  $M_0 = (U_0 \ Y_0)$  de la caractéristique statique.

Lorsque  $U$  varie au cours du temps,  $Y$  varie également et est lié à  $U$  par une équation différentielle, en général non linéaire.

L'étude, limitée aux petites variations autour du point de repos, conduit à une équation différentielle linéaire entre  $u(t)$  et  $y(t)$ .

1<sup>ère</sup> partie : Essai statique d'un moteur

L'essai de régime permanent d'un moteur a donné les valeurs suivantes :

Tension d'alimentation $U$	(volt)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Vitesse de régime $\Omega$	(tr/mn)	0	0	198	595	1000	1410	1600	1800	1910

- 1) Tracer la caractéristique statique  $\Omega$  en fonction de  $U$ .

- 2) On considère les deux points de repos  $M_0 = (3,5 V \quad 800 \text{ tr}/mn)$  et  $M_1 = (6 V \quad 1600 \text{ tr}/mn)$ .

Déterminer le gain statique en chaque point, en  $tr/(mn.V)$ , puis en  $rd/(s.V)$ .

- 3) Quelle plage de linéarité peut-on prendre autour de  $M_0$  ?

On donnera les valeurs limites  $[U_{min}, U_{max}]$  de  $U$  (appelées limites de la zone de proportionnalité) et les valeurs correspondantes de  $\Omega$ .

- 4) Quelle erreur maximum commet-on sur  $\Omega$ , si on admet la même zone de proportionnalité (i.e. même  $\Delta U = U_{max} - U_{min}$ ) autour de  $M_1$  ?

*On supposera par la suite que le moteur est utilisé autour du point de fonctionnement  $M_0$  et fonctionne en régime linéaire.*

### 2<sup>ème</sup> partie : Essai dynamique du moteur

On pose  $u(t) = U(t) - U_0$  et  $\omega(t) = \Omega(t) - \Omega_0$

- 5) Le moteur est alimenté sous 3,5 volts depuis un long moment.

Brusquement, on augmente la tension jusqu'à 5 volts.

Quelle variation de vitesse va-t-on constater ?

Comparer les résultats obtenus suivant que l'on fait le calcul à partir du système non linéaire ou à partir du système linéarisé.

- 6) On suppose que le moteur (autour de son point de repos) est un système linéaire du premier ordre.

Pour une variation de 1 volt en entrée (réponse indicielle), on obtient une variation de la vitesse du moteur comme indiqué sur la figure 1.

Quelle est la fonction de transfert du moteur ?

Calculer la fonction  $\omega(t)$  pour la variation d'alimentation de la question 5).

En combien de temps la vitesse du moteur sera-t-elle stabilisée à 95% de sa valeur de régime permanent ?

### 3<sup>ème</sup> partie : Commande de la position angulaire

Le moteur étudié fait partie d'une vanne motorisée pour le remplissage en eau d'un réservoir. Le débit de sortie  $q_s(t)$  de la vanne est proportionnel à la position angulaire  $\theta(t)$  de l'arbre du moteur.

7) Donner la fonction de transfert  $\frac{\theta(p)}{U(p)}$ .

8)  $u(t)$  est une impulsion de tension :  $u(t) = A \delta(t)$ .

Quelle est l'expression de  $\theta(t)$  ?

Donner la valeur finale de  $\theta(t)$ . Donner la valeur  $\omega(0^+)$ .

Tracer l'allure de  $\omega(t)$  et  $\theta(t)$ .

9)  $u(t)$  est un échelon de tension d'amplitude 1,5 volt.

Donner l'expression de  $\theta(t)$  ?

Tracer l'allure de  $\omega(t)$  et  $\theta(t)$ .

10) On veut faire tourner l'arbre du moteur d'un angle de 10 radians.

Quel signal  $u(t)$  faut-il appliquer ?

Ce dispositif permet-il d'obtenir facilement un débit  $q_s$  précis ?

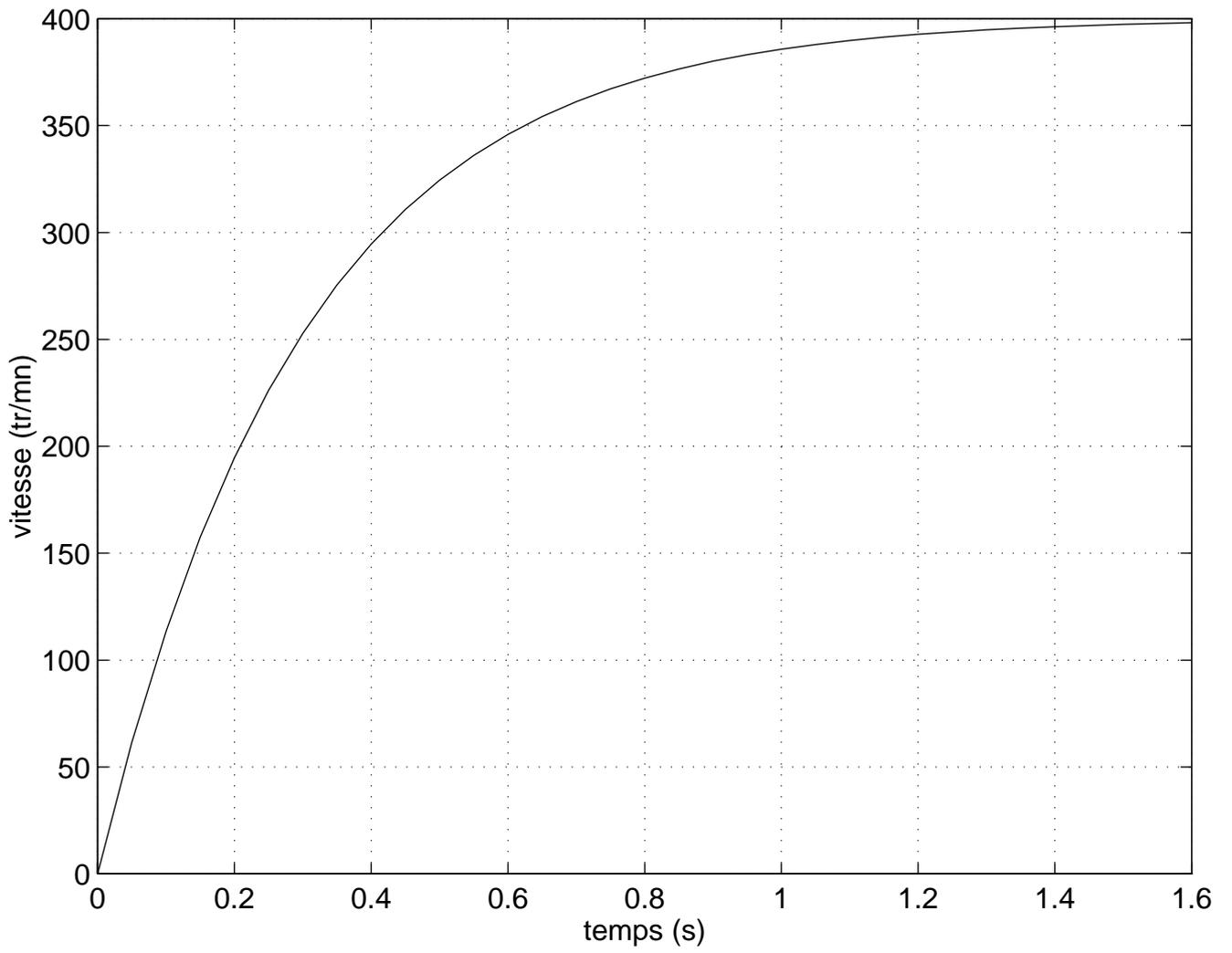


Figure 1: Réponse indicielle