Ecole des Mines d'Albi-Carmaux — Novembre 1995

Formation Initiale 2ème année

AUTOMATIQUE : SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS

(durée : 1h30)

(Notes de cours et TD autorisées)

Exercice N° 1 : (10 points)

Etude d'une enceinte thermique

Soit l'ensemble suivant :

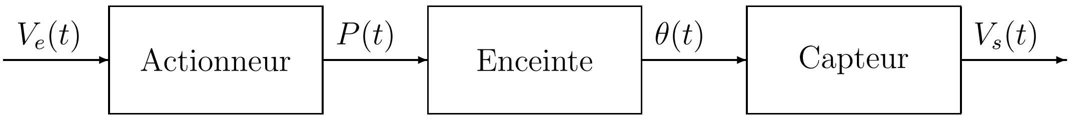

FIG. 1 –

L'actionneur comprend une résistance chauffante alimentée à travers un triac (une variété d'interrupteur électronique) dont on peut commander le nombre d'impulsions de gâchette par un système approprié, sensible à la tension de commande $V_e(t)$.

Nous admettrons que la puissance $P(t)$ est proportionnelle à $V_e(t)$, soit :
$P(t) = K_1\, V_e(t)$ avec $K_1 = 1\, W/V$.

Le capteur est sans inertie et il délivre une tension proportionnelle à la température, soit $V_s(t) = a\, \theta(t)$ avec $a = 2\, mV/^oC$.

L'enceinte à chauffer est à la température $\theta(t)$ à l'instant t. Elle reçoit pendant le temps dt une énergie $dW = P(t)\, dt$. Une partie de cette énergie reçue sert à élever la température de l'enceinte de $d\theta$ et l'autre partie est perdue par rayonnement.

La capacité calorifique de l'enceinte est mc avec :

$$m = 0{,}1\, kg \qquad \text{et} \qquad c = 100\, J/kg/^oC$$

On admet que les pertes d'énergie (linéarisées) sont proportionnelles à θ et au temps écoulé dt. Le coefficient de proportionnalité est $K = 0{,}5\, W/^oC$.

1) Ecrire l'équation différentielle liant $\theta(t)$ et $P(t)$.

2) Déterminer la fonction de transfert de l'ensemble $G(p) = \dfrac{V_s(p)}{V_e(p)}$.
   Donner son gain statique et sa constante de temps.
   Faire l'application numérique et vérifier l'homogénéité des unités.

3) On applique un échelon de tension d'amplitude $5\, V$ à l'entrée.
   Calculer $V_s(t)$ et dessiner cette tension.
   Quelle est la valeur de régime permanent (asymptotique) de $V_s(t)$?
   Quelle est la température du régime permanent ?

4) Le capteur, assimilé maintenant à un système du premier ordre, a une constante de temps $T_c = 2\, s$. Quelle est la nouvelle fonction de transfert de l'ensemble?
   Donner l'allure de la tension $V_s(t)$ obtenue en réponse à un échelon de tension en entrée.
   Pour le même échelon de tension qu'en 3), quelle est la température de régime permanent ?

Exercice N° 2 : (10 points)

Soit le système décrit par :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

1) Ce système est-il commandable?

2) On se propose de calculer la réponse $x(t)$ du système à l'entrée

$$u(t) = \begin{cases} e^{-t} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

avec comme condition initiale $x(0) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}^T$.

2.a) Diagonaliser la matrice A. On notera $\tilde{A}$ la matrice obtenue.

2.b) Ecrire la nouvelle équation d'état en fonction de $\tilde{A}$ et $\tilde{B}$.

2.c) En déduire la solution $\tilde{x}(t)$ puis $x(t)$.

3) On choisit d'observer la variable d'état x_1. Calculer la fonction de transfert du système. Le système est-il observable ?

4) Même questions qu'en 3) si on choisit d'observer x_2.