

AUTOMATIQUE : SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS
(à remettre pour le 06/11/95)

En vue de disposer d'un volume constant de fluide à une température désirée, un processus hydraulique et thermique schématisé par la Figure 1 est constitué d'un réservoir de section S équipé d'une résistance chauffante.

Les entrées commandables du système sont le débit d'entrée du fluide Q_e et la puissance électrique P_u de chauffage. Les sorties sont la hauteur d'eau H dans le réservoir et la température T_s de sortie du réservoir. Le fluide de sortie s'écoulant par gravité, le débit de sortie est donné par la relation $Q_s = K\sqrt{H}$ (Cf. TD N° 1) où K est une constante.

Afin de modéliser le processus, on fait les hypothèses suivantes :

- la température d'arrivée du fluide T_e est constante;
- le réservoir est parfaitement calorifugé et sa capacité thermique est négligeable;
- l'échange de chaleur entre la résistance chauffante et le fluide est instantané.

- 1) Ecrire les équations de conservation du volume et de la quantité de chaleur. Montrer que le modèle obtenu est non linéaire.
- 2) Linéariser ce modèle en considérant des petites variations autour du

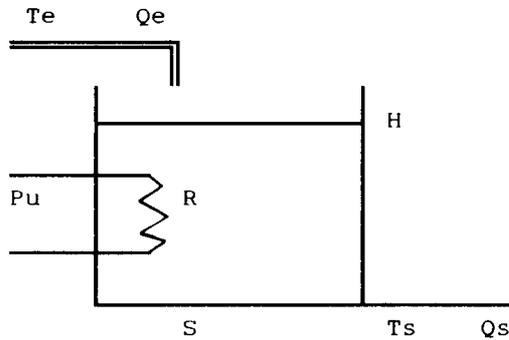


FIG. 1 – Régulation de niveau et de température d'un bac

régime nominal. On adopte les notations :

$$\begin{aligned} Q_e &= Q_{e_0} + q_e & H &= H_0 + h \\ T_s &= T_{s_0} + \theta & P_u &= P_{u_0} + p_u \\ Q_s &= Q_{s_0} + q_s \end{aligned}$$

3) Donner une représentation d'état du système de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}$$

avec :

$$x = \begin{bmatrix} h & \theta \end{bmatrix}^T \quad u = \begin{bmatrix} q_e & p_u \end{bmatrix}^T \quad y = \begin{bmatrix} h & \theta \end{bmatrix}^T$$

4) On adoptera les valeurs numériques suivantes :

Q_{e_0}	débit d'entrée	valeur nominale	20 l/mn
T_{s_0}	température de sortie	valeur nominale	50°C
H_0	hauteur du fluide	valeur nominale	600 mm
P_{u_0}	puissance de chauffe	valeur nominale	20 kW
Q_{s_0}	débit de sortie	valeur nominale	20 l/mn
T_e	température du fluide en entrée	constante	20°C
S	section du bac		1 m^2

Calculer les valeurs numériques des matrices A et B en utilisant les unités suivantes :

$$\begin{array}{ll} h \text{ en } mm & \theta \text{ en } ^\circ C \\ q \text{ en } l/mn & p_u \text{ en } kW \end{array}$$

- 5) Le système est-il stable?
- 6) Analyser la gouvernabilité du système vis à vis des entrées commandables contenues dans le vecteur u .
- 7) Calculer la matrice de transfert permettant de relier la sortie à l'entrée commandable, i.e. $Y(p) = H_1(p) U(p)$.
- 8) On suppose que seule la température est mesurée. Ce système est-il observable? Expliquer la conséquence pratique de ce résultat.
- 9) Calculer lorsque les entrées sont nulles, la réponse du système pour l'état initial :

$$x(0) = \left[5 \text{ mm} \quad -2^\circ C \right]^T$$

- 10) Calculer la réponse $x(t)$ à un échelon unitaire de débit q_e pour des conditions initiales nulles et l'entrée p_u nulle.
Tracer cette réponse.