Ecole des Mines d'Albi-Carmaux — Janvier 1995
Formation Initiale 2ème année

AUTOMATIQUE : SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS

(durée : 1h30)

(Notes de cours et TD autorisées)

Exercice N° 1 : (7 points)

Le graphique ci-dessous représente les amplitudes des déviations d'un oscillographe soumis à une entrée sinusoïdale d'amplitude $50\,mA$ et de fréquence variable.

On suppose que cet oscillographe peut être considéré comme un système du second ordre.

1) Donner les valeurs de son gain statique K, de son facteur d'amortissement z et de sa pulsation propre non amortie w_n. Quelle est sa fréquence de coupure à $-6\,dB$?

2) Ecrire la fonction de transfert du système et donner ses pôles.

3) Quelle est la période des oscillations transitoires ?
Quelle est la valeur du premier dépassement (en % de la valeur finale) ?
Quel est le temps de réponse à 5% ?
Quelle est la constante de temps d'un système du 1^{er} ordre ayant le même temps de réponse ?
Tracer l'allure de la réponse à un échelon unitaire.

4) On désire utiliser cet oscillographe pour enregistrer des courants variant très rapidement.
On souhaite que le déphasage affectant une entrée de $40\,Hz$ n'excède pas 10^o. Le présent oscillographe donne-t-il satisfaction sous ce rap-

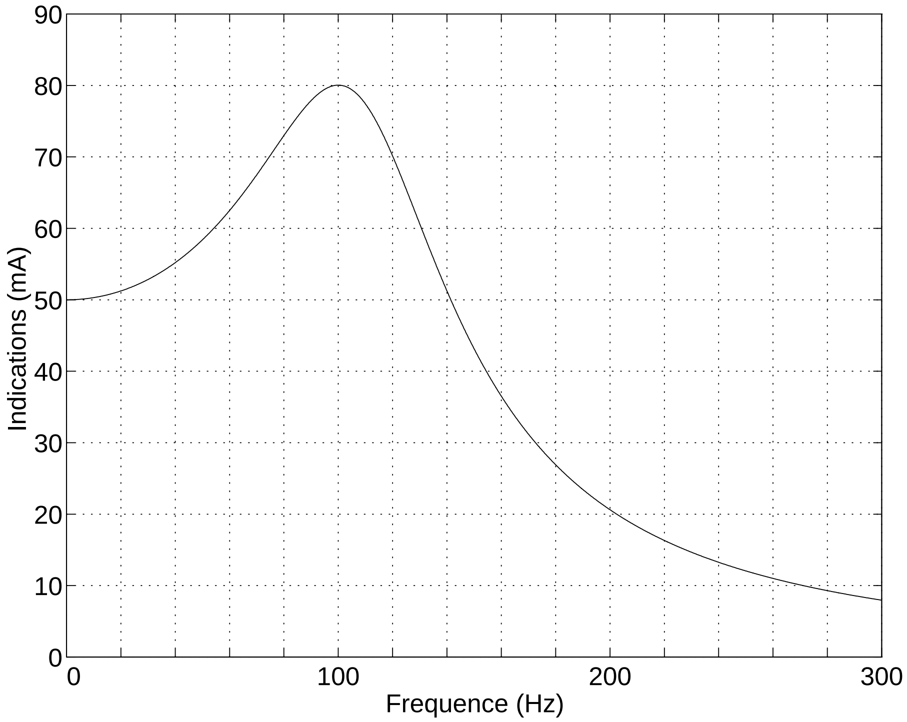

FIG. 1 –

port ?
Si non préciser quelle devrait être sa pulsation propre non amortie (z restant inchangé).

Exercice N° 2 : (5 points)

On considère le système mécanique de la Figure 2.
On suppose que le système est linéaire. La force externe $u(t)$ est l'entrée du système et le déplacement résultant $y(t)$ de la masse m est la sortie.
Le déplacement $y(t)$ est mesuré à partir de la position d'équilibre de la masse

en l'absence de force externe appliquée.
On note k la constante de raideur du ressort et b le coefficient de frottement visqueux.

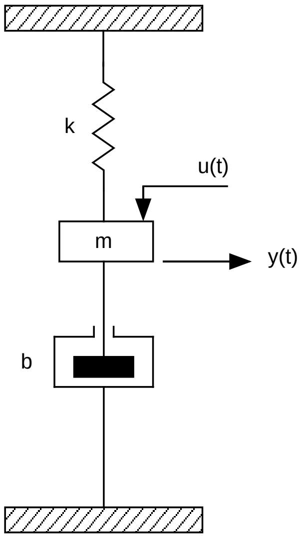

FIG. 2 –

1) Ecrire l'équation différentielle régissant l'évolution du système.

2) En déduire la fonction de transfert du système $\dfrac{Y(p)}{U(p)}$.

3) Donner une modélisation d'état du système (entrée u, sortie y), en utilisant comme vecteur d'état :

$$x = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

4) A partir de cette représentation d'état, calculer la fonction de transfert du système.

Exercice N° 3 : (8 points)

On considère le schéma de la Figure 3 qui représente un système de régulation de niveau.

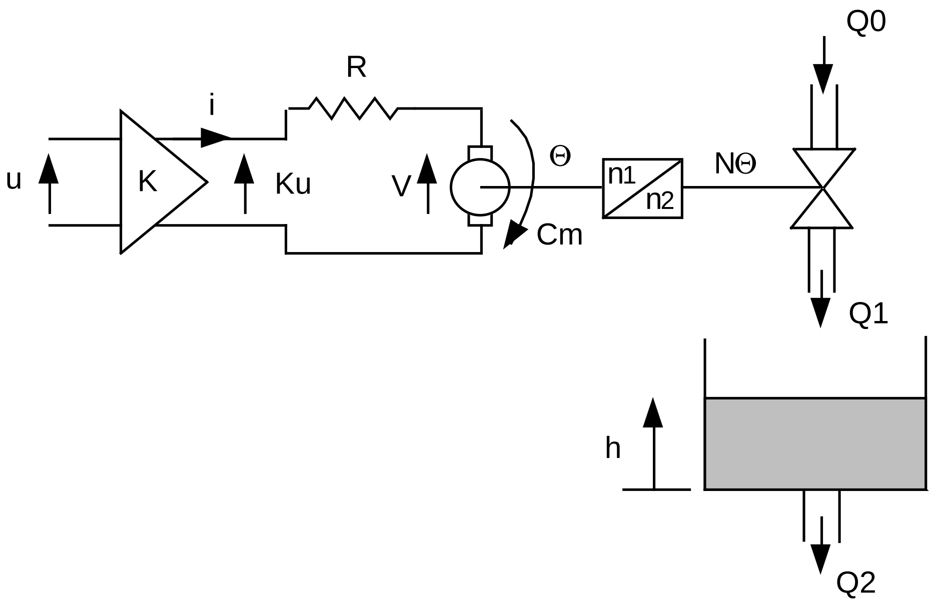

FIG. 3 – *Une régulation de niveau*

La tension u amplifiée excite un moteur à Courant Continu de résistance R, d'inductance négligeable et de constantes K_1 et K_2, i.e. $V = K_1\,\dot{\theta}$ et $C_m = K_2\,i$.

Le moteur modifie l'ouverture d'une vanne à travers un réducteur de rapport $N = \dfrac{n_1}{n_2}$.

L'ouverture de la vanne permet de régler le débit Q_1 du liquide et par là même le niveau h dans la cuve de section A.

On note J_1 et J_2 les moments d'inertie du rotor et de la charge dont on néglige le frottement.

On admet que le débit Q_1 est proportionnel à la position angulaire $N\,\theta$ en aval du réducteur ($Q_1 = K_3\,N\,\theta$).

On admet que le débit Q_2 à la sortie est proportionnel à la hauteur ($Q_2 = K_4\,h$).

On s'intéresse au système d'entrée u et de sortie h.

Pour les applications numériques, on prendra les valeurs suivantes (unités S.I.) :

$$\begin{array}{lllll} R = 100, & K_1 = 0.7, & K_2 = 100, & K_3 = 100, & K_4 = 0.5, \\ K = 50, & J_1 = 0.1, & J_2 = 90, & A = 5, & N = 0.01 \end{array}$$

1) Etablir les équations qui régissent le fonctionnement du système*.

2) On choisit le vecteur d'état : $x = \begin{bmatrix} \theta & \dot{\theta} & h \end{bmatrix}^T$.

   Ecrire le système sous forme d'état.

3) Donner l'expression de la fonction de transfert $\dfrac{H(p)}{U(p)}$.

4) Donner les pôles du système. Conclure sur sa stabilité.

---

* L'examinateur sympa rappelle que la variation de hauteur h est liée aux débits Q_1 et Q_2 par l'équation :

$$A\,\frac{dh}{dt} = Q_1 - Q_2$$

Expliquer pourquoi.