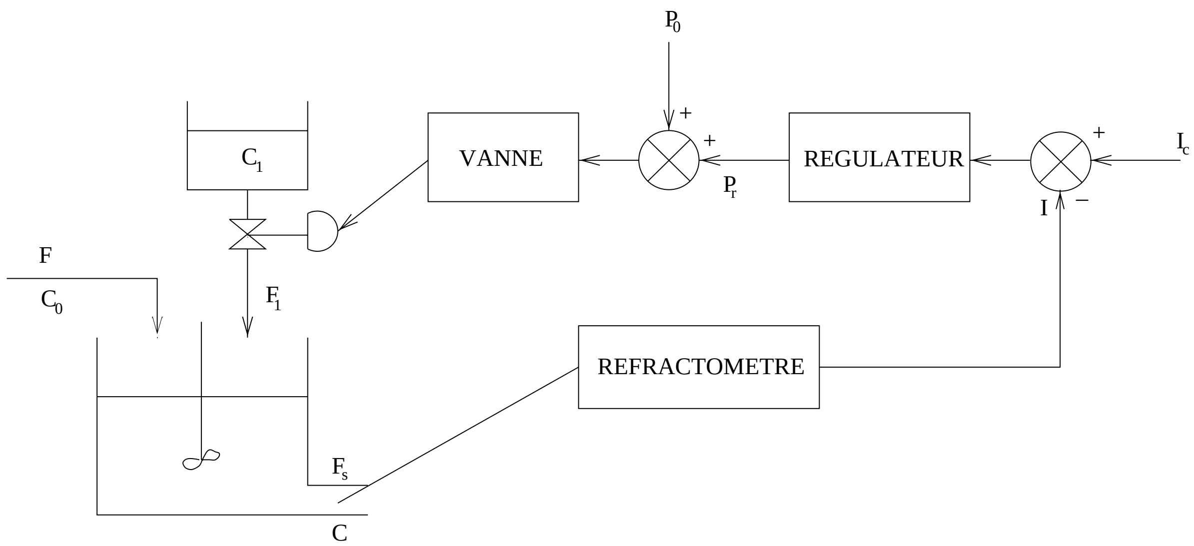
Ecole des Mines d'Albi-Carmaux — Février 1998
Formation Continue Diplômante

AUTOMATIQUE : SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS ASSERVIS

(durée : 1h30)
(Notes de cours et TD autorisées)



Un bac parfaitement agité, de volume constant V est alimenté avec une solution très diluée de concentration C_0 en produit A.
On veut produire une solution de concentration désirée (supérieure à C_0) en utilisant un débit F_1 d'une solution très concentrée en constituant A (C_1 constante).
Pour effectuer la régulation automatique de la concentration C, on mesure en continu la concentration à l'aide d'un réfractométre situé en aval du bac. Ce réfractométre délivre une intensité $I(t)$. On supposera qu'il n'y aucun retard introduit par ce capteur et que la concentration mesurée est égale à la concentration C.
Un régulateur proportionnel de gain G délivre une pression :

$$P_r = G(I_c - I)$$

Ce régulateur commande une vanne pneumatique, le débit en sortie de la vanne étant proportionnel à la pression appliquée :

$$F_1 = \alpha(P_0 + P_r) \qquad \text{avec} \quad \alpha = 5.10^{-3}\, l/(atm.min)$$

En écrivant un bilan de matière sur le bac[1] , on trouve que :

$$V\frac{dC}{dt} = FC_0 + F_1C_1 - F_sC \qquad (1)$$

La concentration C_1 étant très élevée par rapport à C_0, on supposera que le débit de sortie $F_s = F$. On supposera par ailleurs que le débit F est constant. Ces hypothèses rendent <u>linéaire</u> l'équation différentielle (1) (…et simplifient pas mal les choses).

On étudiera le système autour du point de fonctionnement défini par :

$$\begin{aligned} \overline{C_0} &= 1{,}25.10^{-2}\,g/l \\ \overline{C} &= 0{,}1\,g/l \\ \overline{F_1} &= \text{à calculer} \end{aligned}$$

On travaillera systématiquement avec les variables d'écart C_0^*, F_1^* et C^* (fluctuations par rapport au point de fonctionnement choisi).

Pour les applications numériques, on prendra :

$$\begin{aligned} C_1 &= 25\,g/l \\ F &= 1\,l/mn \\ V &= 3\,l \end{aligned}$$

1) Calculer la valeur $\overline{F_1}$ du débit F_1 au point de fonctionnement ainsi que la valeur de la pression continue P_0 permettant de faire fonctionner le système en régime permanent.

2) Ecrire les fonctions de transfert $\dfrac{C^*(p)}{C_0^*(p)}$ et $\dfrac{C^*(p)}{F_1^*(p)}$ liant les variations de la concentration C aux fluctuations de C_0 et F_1 (*expression littérale et application numérique*).

3) Donner le schéma bloc de l'ensemble du système en n'utilisant que les variables d'écart.

4) En vue d'identifier la fonction de transfert du réfractométre, la concentration mesurée a été soumise aux perturbations :

$$C = \overline{C} + a\sin(2\pi ft) \qquad \text{avec} \qquad a = 2.10^{-2}\,g/l$$

La réponse de l'intensité en sortie du réfractométre a été :

$$I = I_0 + b\sin(2\pi ft + \varphi) \qquad \text{avec} \qquad I_0 = 10\,mA$$

f (en *cycles/heure*)	2	3	5	7	10	20
b (en mA)	3,6	3,61	3,17	2,69	2,20	1,2
φ (en ^{o})	-17,5	-25	-38	-48	-57,5	-72

1. vous auriez pu écrire ce bilan tout seul mais le prof. est sympa…

Déduire des résultats de cette analyse fréquentielle, la fonction de transfert du réfractométre $\dfrac{I^*(p)}{C^*(p)}$ reliant les fluctuations de l'intensité I à celles de la concentration C.

5) Montrer[2] que la FTBO du système est égale à $\dfrac{25G}{(1+1{,}5p)(1+3p)}$ (les constantes de temps sont exprimées en minutes).

6) Calculer la marge de phase du système bouclé sans correcteur.

7) Calculer l'écart en régime permanent $\varepsilon(+\infty)$ en réponse à un échelon de position unité en entrée, sans correcteur.

8) Tracer la réponse $I^*(t)$ à un échelon unité du système bouclé sans correcteur.

9) Calculer[3] la valeur qu'il faut donner au gain proportionnel G pour donner au système bouclé une marge de phase de 45^o.
Que vaut l'écart $\varepsilon(+\infty)$ pour ce réglage du gain ?

10) On envisage d'utiliser un correcteur de type PI. Justifier ce choix. On choisira la forme série/mixte $G\left(1+\dfrac{1}{T_i p}\right)$.
En appliquant le critère de ROUTH, calculer la relation à respecter entre le gain G et la constante de temps T_i pour ne pas risquer de rendre instable le système.

2. Le prof. est vraiment sympa : en vous donnant ce résultat, il vous permet de traiter les questions suivantes.
3. On rappelle que :

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$