Ecole des Mines d'Albi-Carmaux
Formation Continue Diplômante

Mars 1993

AUTOMATIQUE - SYSTEMES ÉCHANTILLONNÉS

(durée : 2h00)
(Notes de cours et TD autorisées)

On se propose de réaliser la commande du système analogique de fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{K}{p}$$

<u>Première partie</u> :

On procède au bouclage du système, en continu, suivant le schéma de la Figure 1.

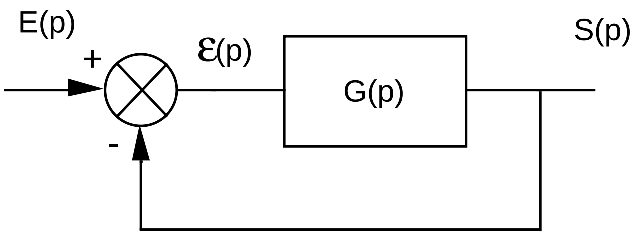

FIG. 1 – Asservissement analogique

Pour les applications numériques, on prendra $K = 20$.

1.1) Donner la fonction de transfert de la boucle $T(p)$.

1.2) Calculer la fonction de transfert $\frac{\varepsilon(p)}{E(p)}$.

1.3) Calculer la valeur de l'erreur en régime permanent $\varepsilon(+\infty)$ pour une entrée en échelon de position unité (<u>application numérique</u>).

1.4) Calculer la valeur de l'erreur en régime permanent $\varepsilon(+\infty)$ pour une entrée en rampe de pente 1 (application numérique).

Deuxième partie :

On procède au bouclage du système, en échantillonné, suivant le schéma de la Figure 2.

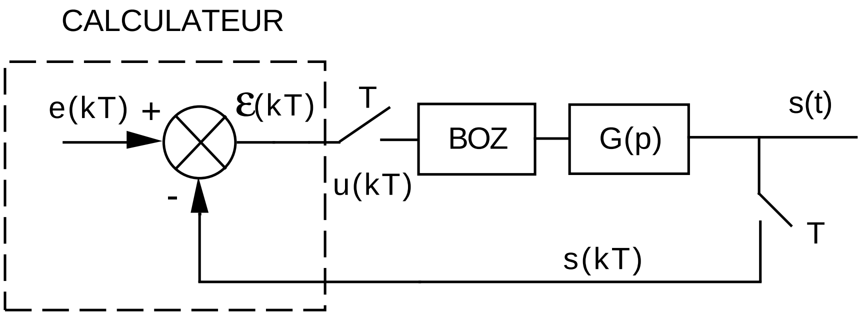

FIG. 2 – Asservissement échantillonné simple

BOZ désigne un bloqueur d'ordre zéro.

Pour les applications numériques, on prendra $K = 20$ et une période $T = 0,005\,s$.

2.1) Calculer la fonction de transfert échantillonnée de la boucle $T(z)$.

2.2) Calculer la fonction de transfert échantillonnée $\dfrac{S(z)}{E(z)}$.

2.3) En déduire l'équation récurrente liant les échantillons de sortie $s(kT)$ aux échantillons d'entrée $e(kT)$.

2.4) Calculer la fonction de transfert échantillonnée $\dfrac{\varepsilon(z)}{E(z)}$.

2.5) Calculer la valeur de l'erreur en régime permanent $\varepsilon(+\infty)$ pour une entrée en échelon de position unité (application numérique).
Comparer avec le résultat de la question 1.3)

2.6) Calculer la valeur de l'erreur en régime permanent $\varepsilon(+\infty)$ pour une entrée en rampe de pente 1 (application numérique).
Comparer avec le résultat de la question 1.4)

Troisième partie :

Pour une entrée en rampe de pente 1, on souhaite que l'erreur en régime permanent $\varepsilon(+\infty)$ soit égale à $0,02$.

Pour cela, on procède au bouclage du système, en échantillonné, suivant le schéma de la Figure 3, avec :

$$G_c(z) = K_i \, \frac{z}{z-1}$$

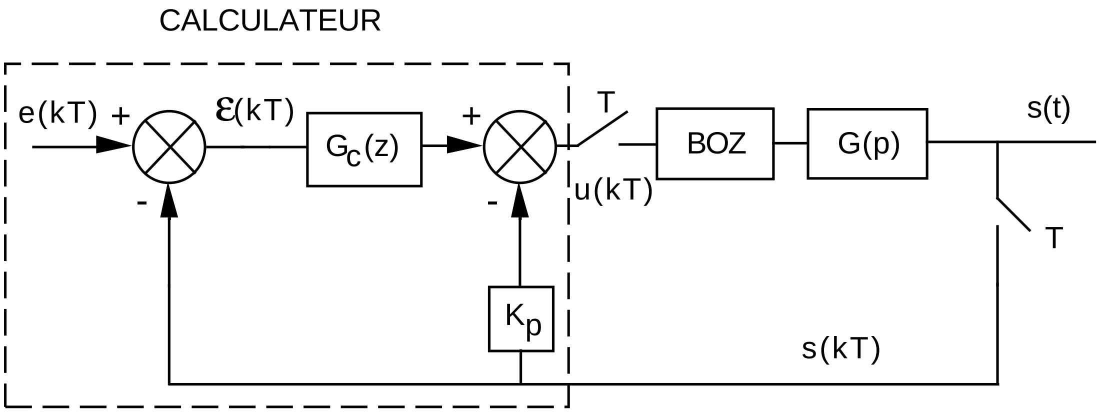

FIG. 3 – Asservissement échantillonné avec correction

Pour les applications numériques, on prendra $K = 20$, $K_i = 1,25$ et une période $T = 0,005\,s$; la valeur de K_p sera déterminée à la question 3.4)

3.1) Montrer que la fonction de transfert échantillonnée $\dfrac{\varepsilon(z)}{E(z)}$ s'écrit :

$$\frac{\varepsilon(z)}{E(z)} = \frac{z^2 + a\,z + c}{z^2 + b\,z + c}$$

avec : $a = K\,K_p\,T - 2$, $b = K\,K_i\,T + K\,K_p\,T - 2$, $c = 1 - K\,K_p\,T$

3.2) Calculer la valeur de l'erreur en régime permanent $\varepsilon(+\infty)$ pour une entrée en échelon de position unité.

3.3) Calculer la valeur de l'erreur en régime permanent $\varepsilon(+\infty)$ pour une entrée en rampe de pente 1.

3.4) En déduire la valeur de K_p permettant de satisfaire la précision recherchée ($\varepsilon(+\infty) = 0,02$) vis à vis d'une entrée en rampe de pente 1.

Quatrième partie :

On va chercher le correcteur à réponse pile vis à vis d'une entrée en échelon de position unité.

Pour cela, on adopte le schéma de la Figure 4 :

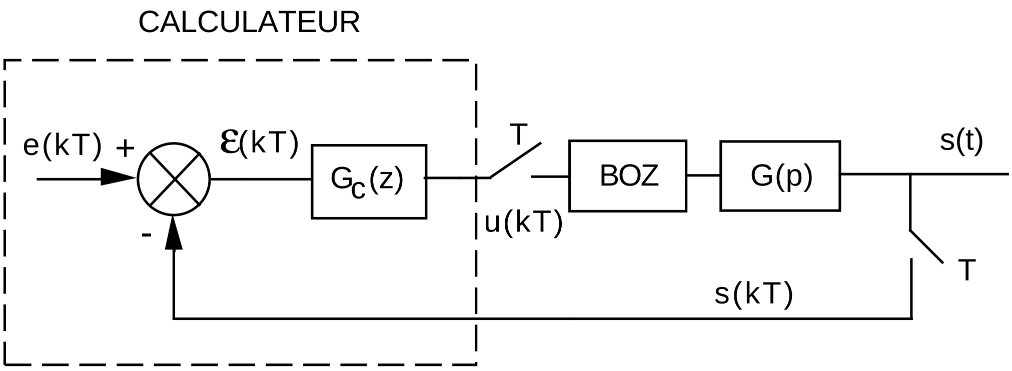

FIG. 4 – Asservissement échantillonné avec correction

4.1) Calculer le correcteur $G_c(z)$ permettant d'obtenir la réponse pile recherchée.

Cinquième partie :

On va chercher le correcteur à réponse pile vis à vis d'une entrée en rampe de pente 1.

On montre que pour avoir une réponse pile vis à vis d'une rampe d'entrée, $(n+1)$ périodes sont nécessaires, en appelant n l'ordre du système à commander.

Si on applique en entrée une rampe de pente 1, c'est à dire $e(kT) = kT$, il faudra satisfaire les contraintes :

$$s(kT) = kT \qquad \textit{pour} \quad k \geq n+1$$

On adopte le schéma de la Figure 4.

5.1) Calculer le correcteur $G_c(z)$ permettant d'obtenir la réponse pile recherchée.
On remarquera que, d'après l'équation récurrente trouvée à la question 2.3), $e(0) = 0$ (pour une rampe) conduit à $s(T) = 0$.