École des Mines d'Albi-Carmaux — Mai 2009
Formation Continue Diplômante - Cycle Présentiel

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS

(Notes de cours et TD autorisées)

– Les 3 exercices sont indépendants –

Exercice 1 (10 points) :

On considère l'asservissement de température de la figure 1.

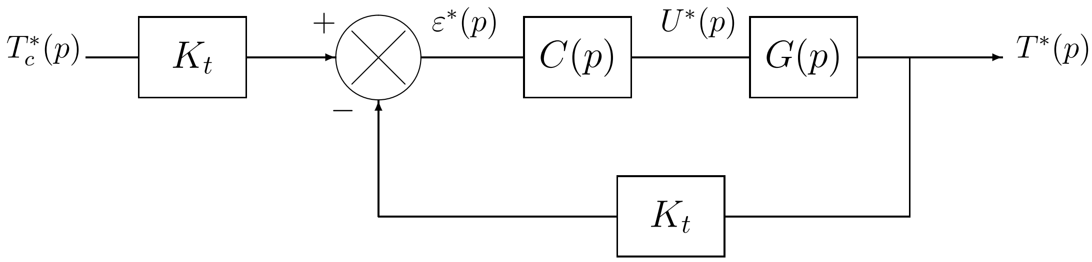

Fig. 1 – Schéma-blocs de l'asservissement

Le procédé a pour fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{5,56.10^{-6}}{p^2 + 2,5.10^{-3}\,p + 1,39.10^{-6}}$$

Le capteur est un gain : $K_t = 0,15$ V/°C.

On se propose de mettre en oeuvre un correcteur intégral pur de fonction de transfert :

$$C(p) = \frac{K_i}{p}$$

1.1) Donner l'expression de la FTBO.

1.2) Donner l'expression de la FTBF.

1.3) Calculer l'erreur de position de cet asservissement.

1.4) Calculer l'erreur de vitesse (de traînage) de cet asservissement.

1.5) La réponse harmonique de la FTBO pour $K_i = 1$ est donnée sur la figure 2. Donner la valeur des marges de stabilité.

1.6) L'asservissement est-il stable pour $K_i = 1$? Justifier.

1.7) À l'aide de la réponse harmonique de la FTBO, et en expliquant la démarche utilisée, donner la condition que doit remplir K_i pour que l'asservissement soit stable.

1.8) Retrouver ce résultat en utilisant le critère de Routh.

1.9) Déterminer la valeur de K_i pour que l'asservissement ait une marge de 45°.

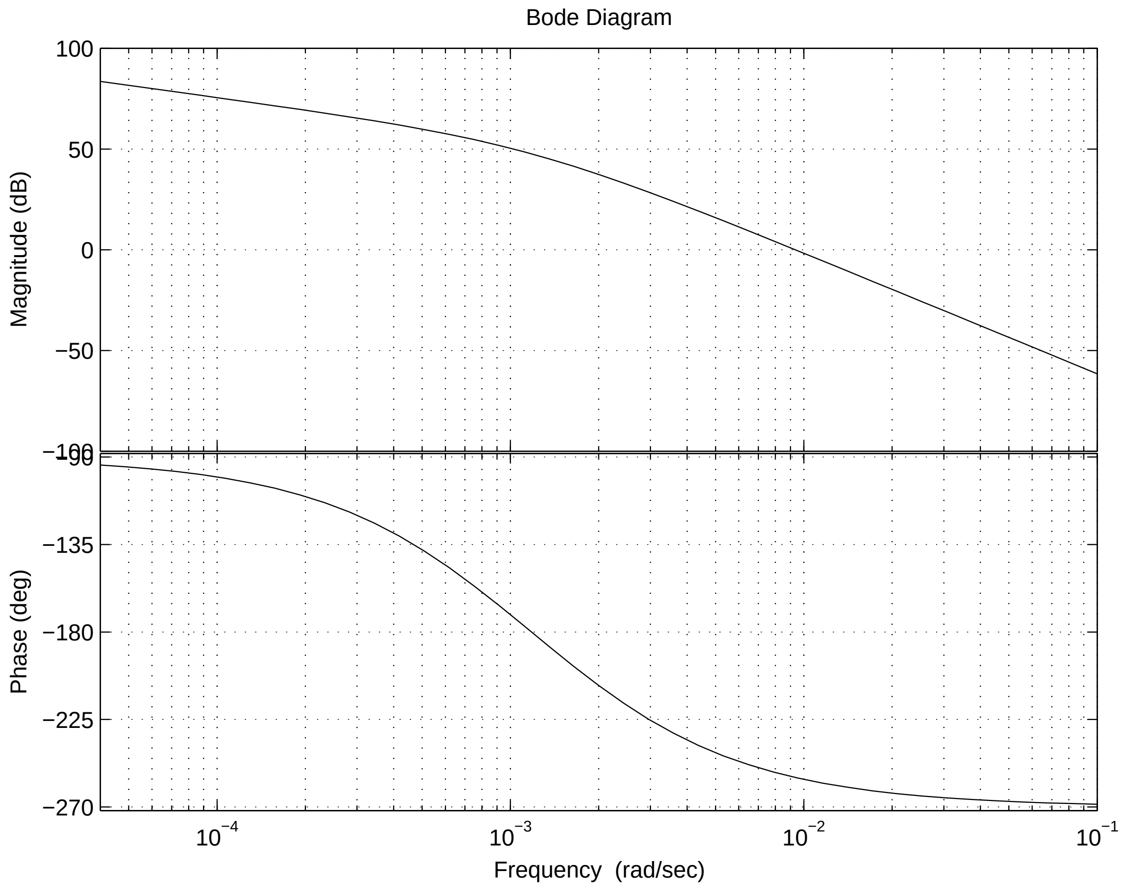

FIG. 2 – Diagramme de Bode de la FTBO pour $K_i = 1$

Exercice 2 (5 points) :

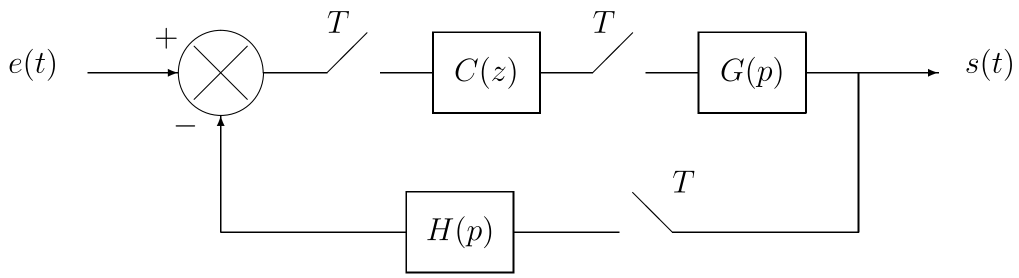

FIG. 3 – Un système bouclé échantillonné

L'entrée du système de la figure 3 est un signal continu $e(t)$. Sa sortie est aussi un signal continu $s(t)$. On met en œuvre un correcteur numérique de fonction de transfert $C(z)$.

2.1) Calculer $S(z)$, la transformée en z du signal échantillonné $s(kT)$ correspondant à la sortie $s(t)$ aux instants d'échantillonnage. Détailler les calculs au maximum.

2.2) Peut-on définir une fonction de transfert échantillonnée $\dfrac{S(z)}{E(z)}$?

Exercice 3 (10 points) :

On considère un système du 1^{er} ordre $G(p) = \dfrac{K}{1 + \tau\, p}$.

On se propose d'en assurer la commande numérique suivant le schéma de la figure 4 avec un régulateur PI que l'on notera :

$$C(z) = K_c \, \frac{z - \beta}{z - 1}$$

On note T la période d'échantillonnage.

3.1) Calculer la fonction de transfert numérique du processus continu $G(p)$ précédé par un bloqueur d'ordre zéro. On la notera $G_1(z)$ et on notera $\alpha = e^{-T/\tau}$.

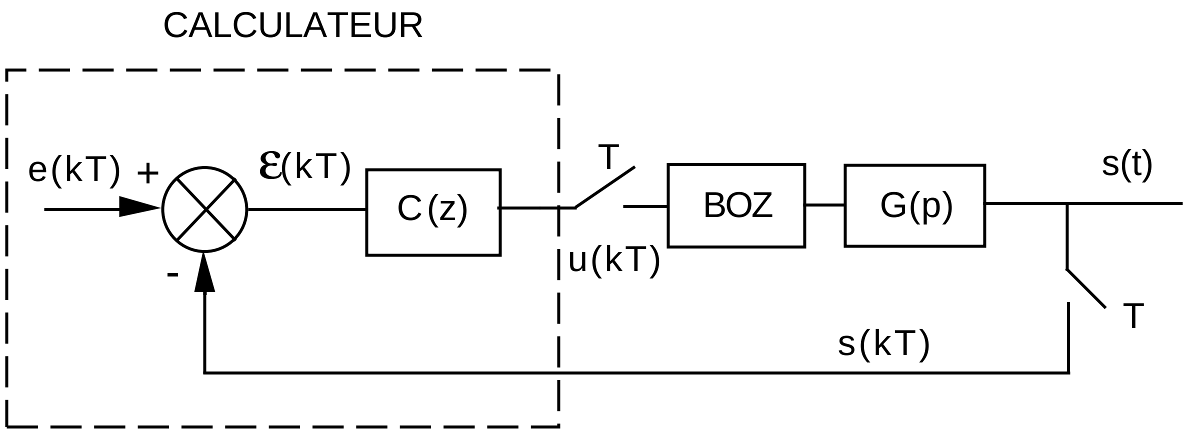

FIG. 4 – Commande numérique d'un procédé continu

3.2) Calculer la valeur de β ($\beta \neq 1$) pour que le système en boucle fermée soit d'ordre 1[1]. Pour la suite, on se placera dans cette configuration.

3.3) En appliquant le critère de Routh[2], calculer la condition de stabilité du système numérique.

3.4) En notant $U(z)$ la transformée en z du signal de commande $u(kT)$ issu du régulateur, calculer la fonction de transfert $\dfrac{U(z)}{E(z)}$.

3.5) En déduire la valeur de $U(z)$ pour une entrée en échelon d'amplitude E_0.

3.6) En déduire les valeurs de $u(0)$ (valeur initiale de la commande) et $u(+\infty)$ (valeur finale de la commande).

3.7) Montrer que la FTBF du système peut se mettre sous la forme $H(z) = \dfrac{1-\gamma}{z-\gamma}$. Donner la valeur de γ.

3.8) Que se passe-t-il si on choisit $\gamma = 0$? Le système est-il stable pour cette valeur ? Quel est l'intérêt d'un tel réglage ?

[1]NB : pour que la FTBF soit d'ordre 1, il suffit que la FTBO soit d'ordre 1.
[2]Attention, système échantillonné !