

**AUTOMATIQUE**  
**ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES**  
**CONTINUS OU ÉCHANTILLONNÉS**

(Notes de cours et TD autorisées)

**ÉPREUVE DE RATTRAPAGE**

(durée : 1h30)

– Les 3 exercices sont indépendants –

Exercice 1 :

On considère un système du 1<sup>er</sup> ordre  $G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$ .

On se propose d'en assurer la commande numérique suivant le schéma de la figure 1 avec un régulateur PI que l'on notera :

$$C(z) = K_c \frac{z - \beta}{z - 1}$$

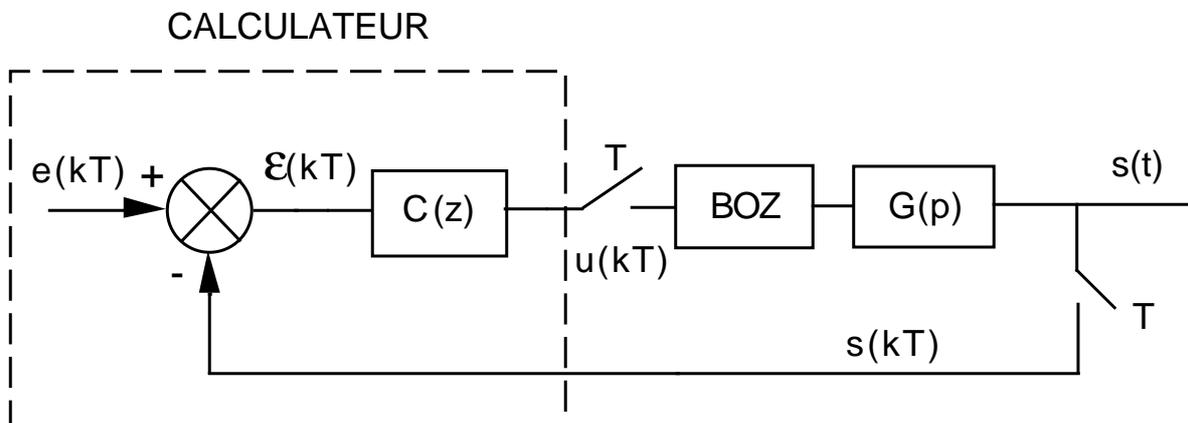


FIG. 1 – Commande numérique d'un procédé continu

On note  $T$  la période d'échantillonnage.

- 1.1) Calculer la fonction de transfert numérique du processus continu  $G(p)$  précédé par un bloqueur d'ordre zéro. On la notera  $G_1(z)$  et on notera  $\alpha = e^{-T/\tau}$ .

- 1.2) Calculer la valeur de  $\beta$  ( $\beta \neq 1$ ) pour que le système en boucle fermée soit du 1<sup>er</sup> ordre. Pour la suite, on se placera dans cette configuration.
- 1.3) En appliquant le critère de ROUTH, calculer la condition de stabilité du système numérique.
- 1.4) En notant  $U(z)$  la transformée en  $z$  du signal de commande  $u(kT)$  issu du régulateur, calculer la fonction de transfert  $\frac{U(z)}{E(z)}$ .
- 1.5) En déduire la valeur de  $U(z)$  pour une entrée en échelon d'amplitude  $E_0$ .
- 1.6) En déduire les valeurs de  $u(0)$  (valeur initiale de la commande) et  $u(+\infty)$  (valeur finale de la commande).
- 1.7) Montrer que la FTBF du système peut se mettre sous la forme  $H(z) = \frac{1-\gamma}{z-\gamma}$ . Donner la valeur de  $\gamma$ .
- 1.8) Que se passe-t-il si on choisit  $\gamma = 0$ ? Le système est-il stable pour cette valeur? Quel est l'intérêt d'un tel réglage?

---

Exercice 2 :

---

On considère le système à retour unitaire dont la FTBO est égale à

$$T(p) = \frac{3,5}{p(1+0,2p)} e^{-0,5p}$$

La figure 2 fournit le lieu de Black de cette FTBO.

- 2.1) Conclure sur les performances du système en BF en terme de stabilité et de précision.
- 2.2) Dans le cadre d'une commande proportionnelle, calculer la valeur du gain qui permet d'avoir une marge de phase de 45°.

*Expliquer comment le résultat a été trouvé et fournir le diagramme de Black avec les constructions géométriques correspondantes.*

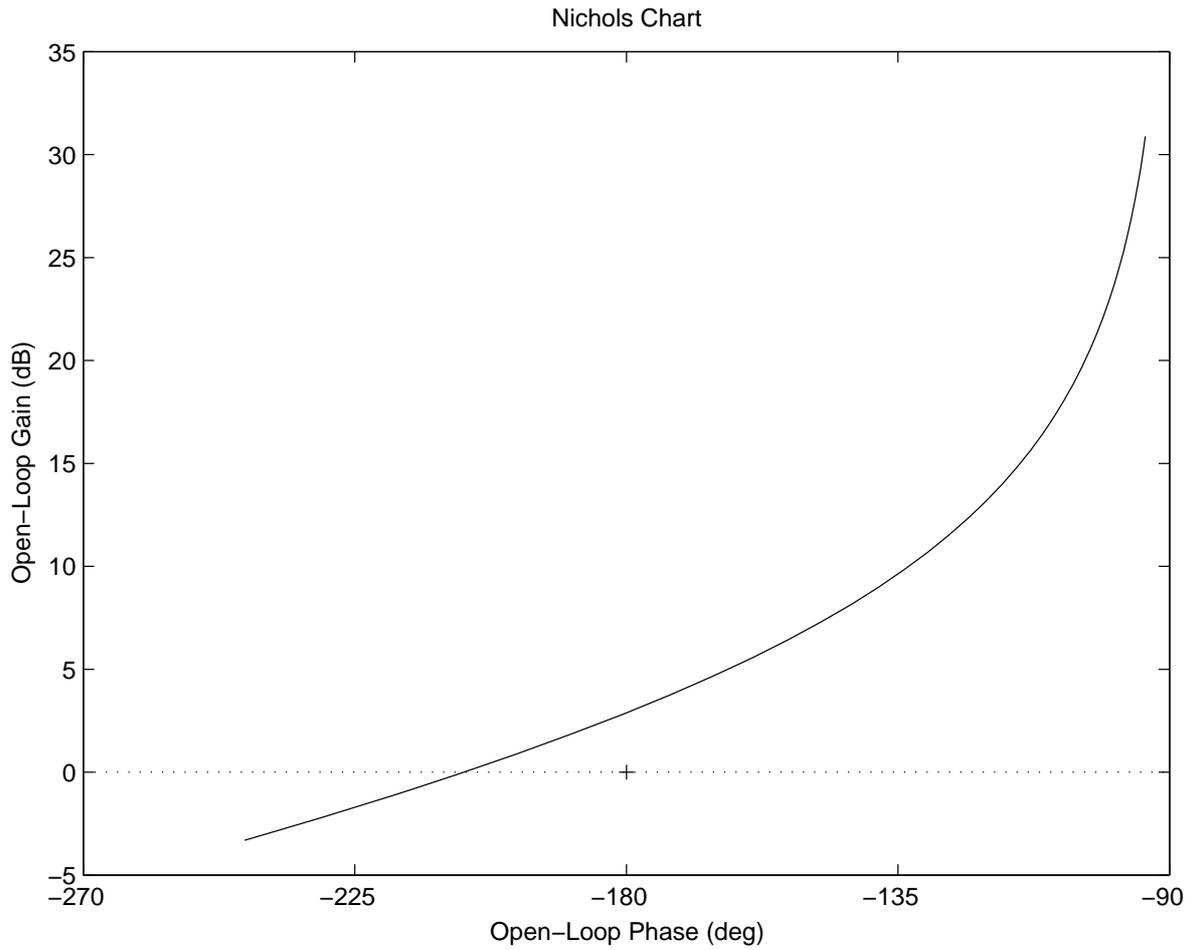


FIG. 2 – Diagramme de Black de la FTBO sans correcteur

---

Exercice 3 :

---

Les figures 3 à 9 représentent les diagrammes de Bode ou de Black des systèmes listés dans le tableau 1.

**3.1)** Associer chacun des systèmes au diagramme qui lui correspond.

Système	Numéro de figure (0, 1 ou plusieurs numéros possibles)
$\frac{K}{1 + \tau p}$	
$\frac{K}{p(1 + \tau p)}$	
$\frac{K}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$	
$\frac{K}{p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$	
$\frac{K}{1 + 2\zeta\frac{p}{w_n} + \frac{p^2}{w_n^2}}$ sans résonance	
$\frac{K}{1 + 2\zeta\frac{p}{w_n} + \frac{p^2}{w_n^2}}$ avec résonance	
$\frac{K}{p(1 + 2\zeta\frac{p}{w_n} + \frac{p^2}{w_n^2})}$	

TAB. 1 – Systèmes

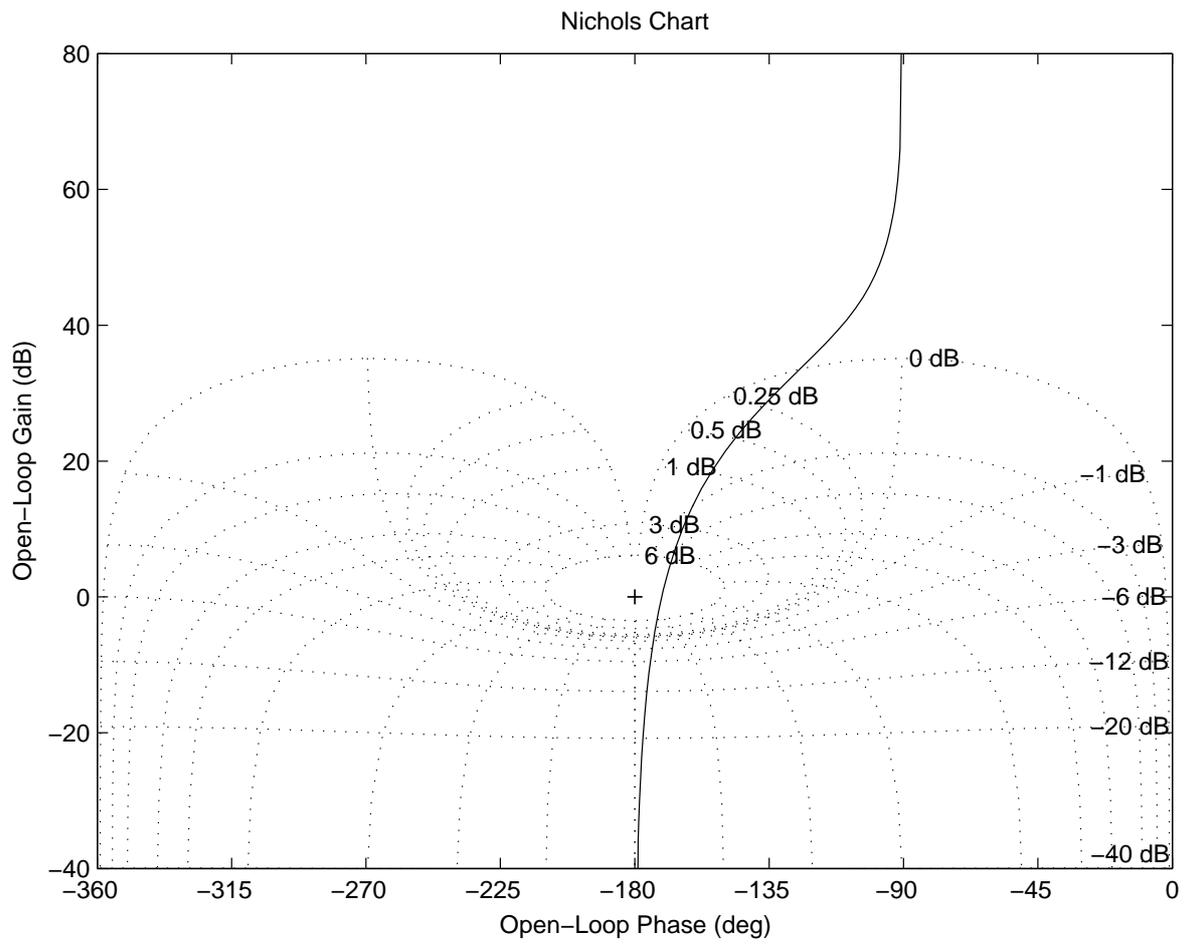


FIG. 3 -

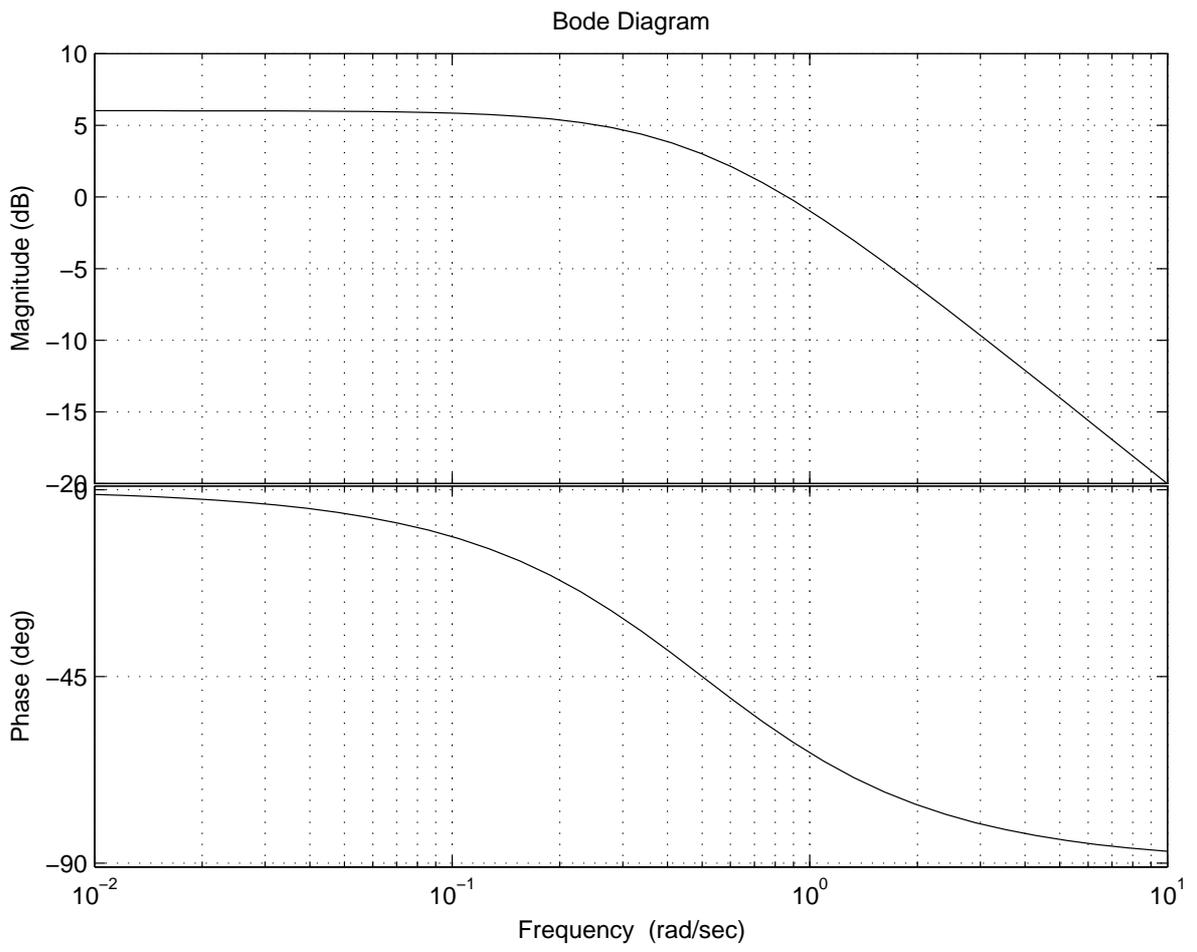


FIG. 4 -

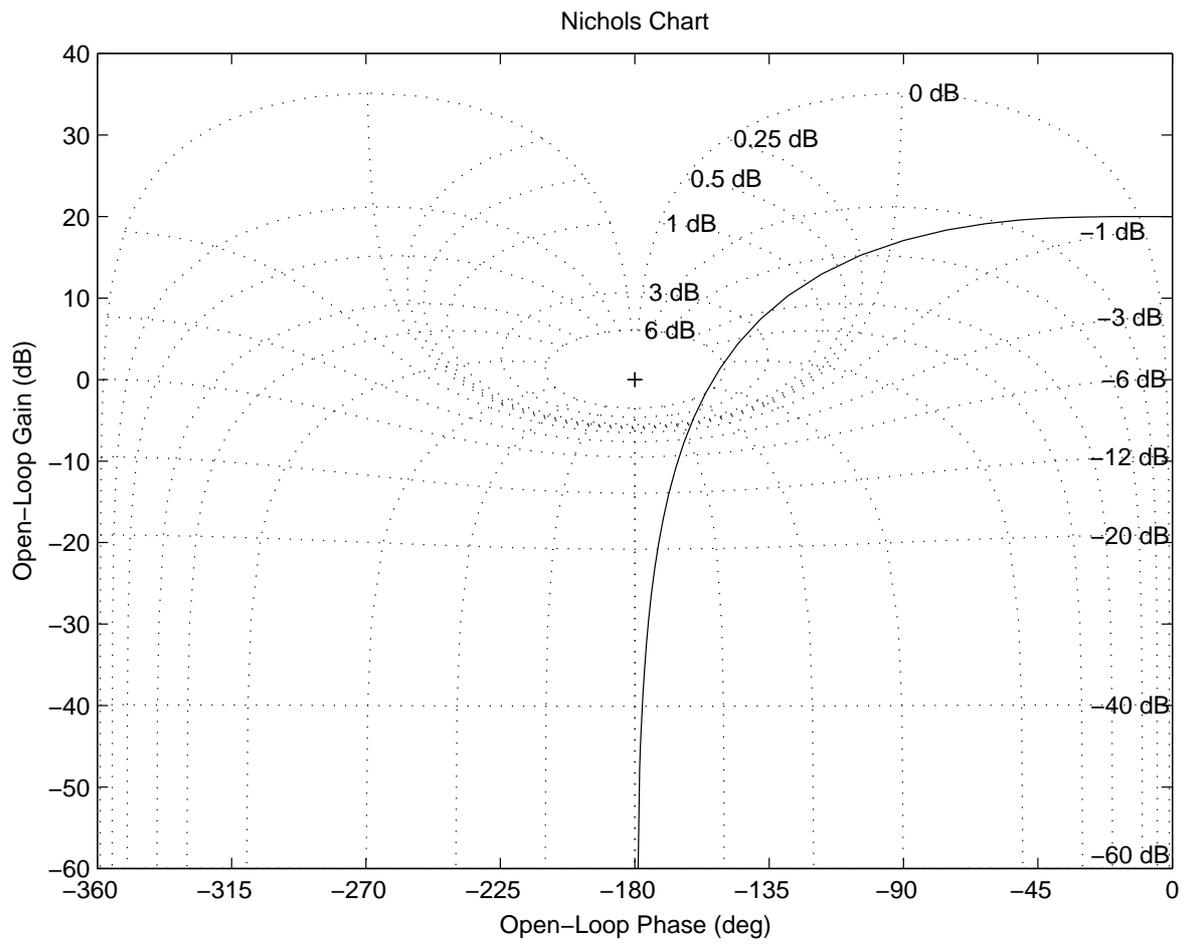


FIG. 5 -

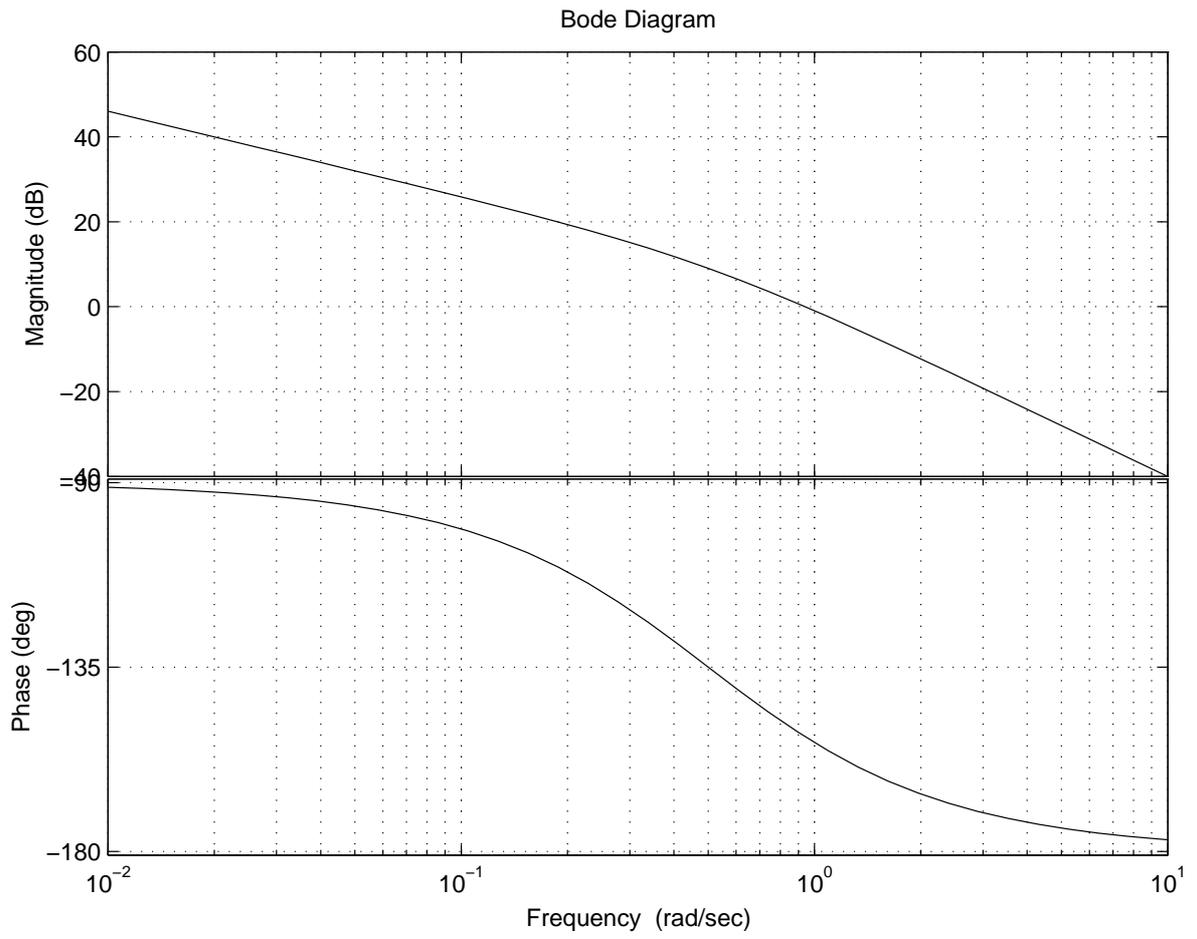


FIG. 6 –

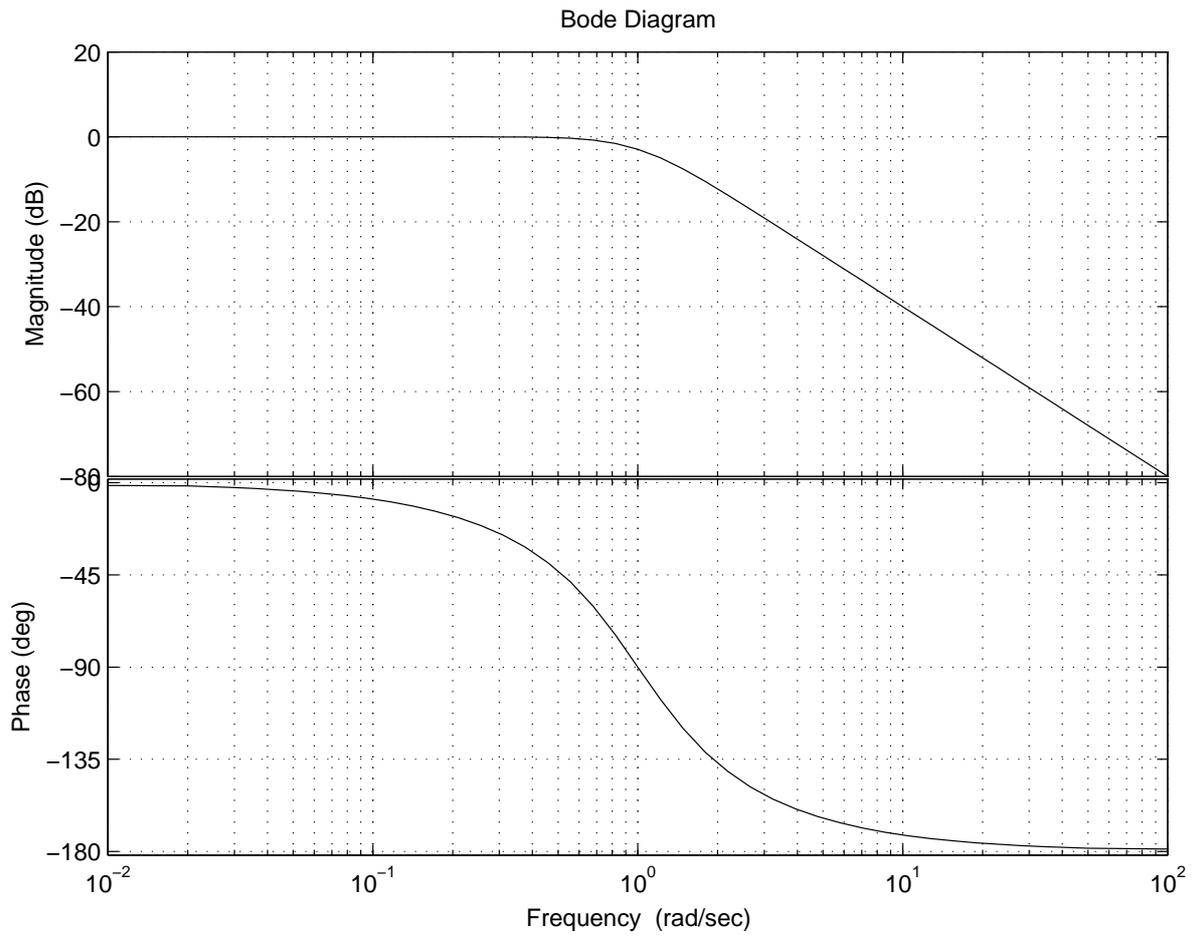


FIG. 7 -

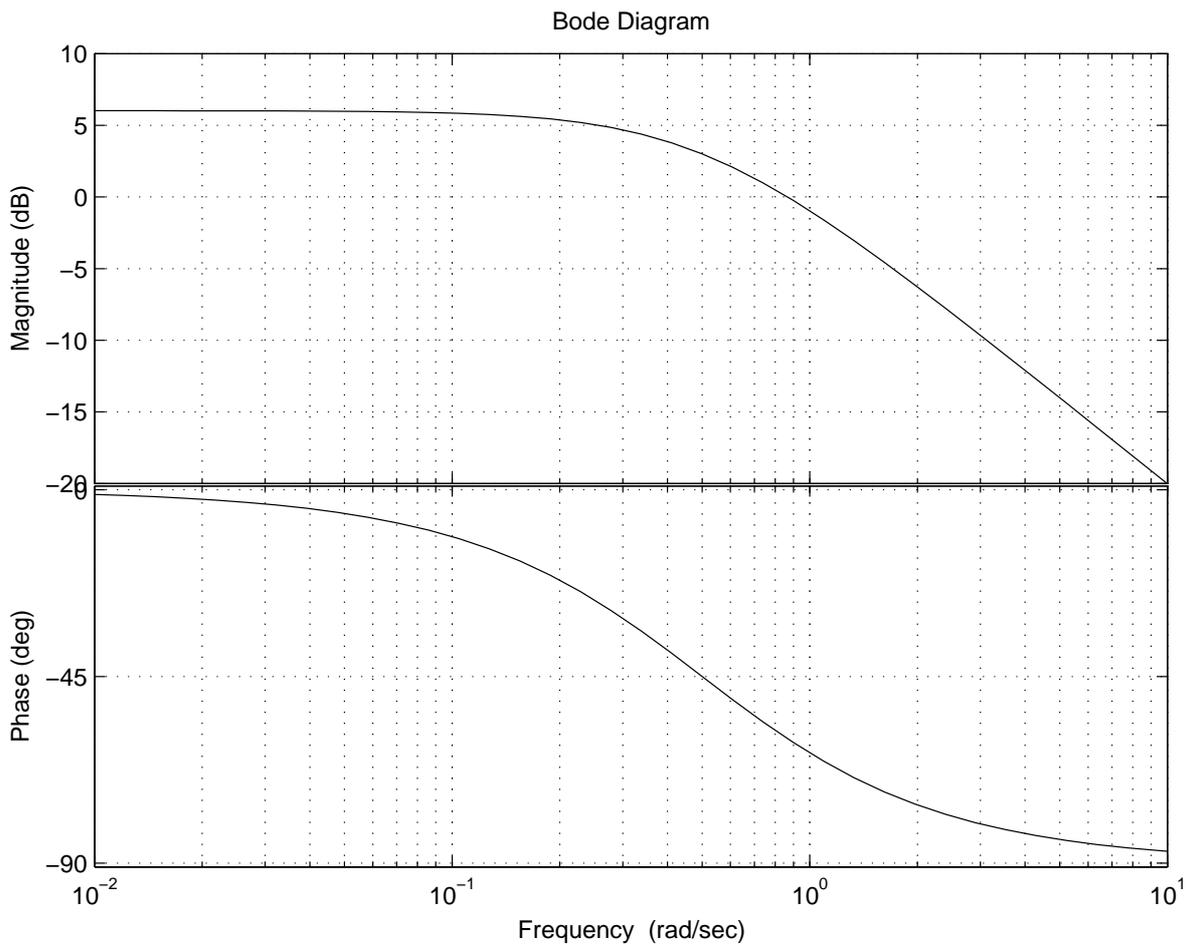


FIG. 8 –

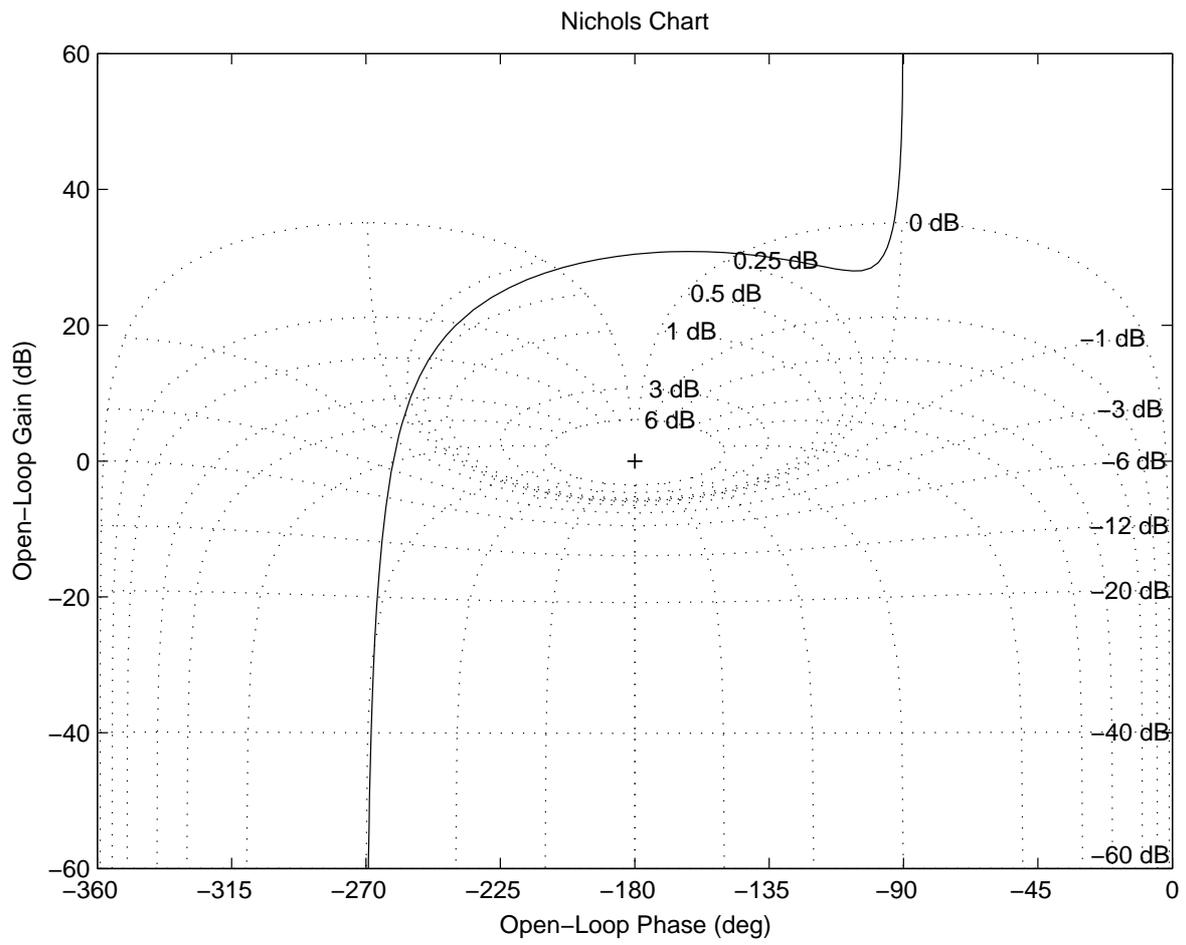


FIG. 9 -