École des Mines d'Albi-Carmaux
Formation Continue Diplômante - Cycle Présentiel

Juillet 2003

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS ET ÉCHANTILLONNÉS

(Notes de cours et TD autorisées)

– Les 4 exercices sont indépendants –

Exercice N° 1 :

Des mesures expérimentales ont permis de tracer le lieu de transfert dans le plan de Black fourni page suivante[1].

Les réponses à chacune des questions suivantes devront être justifiées.

1.1) Que peut-on dire sur l'ordre du système en boucle ouverte ?

1.2) Donner le gain statique du système en boucle fermée.

1.3) Donner sa marge de phase.

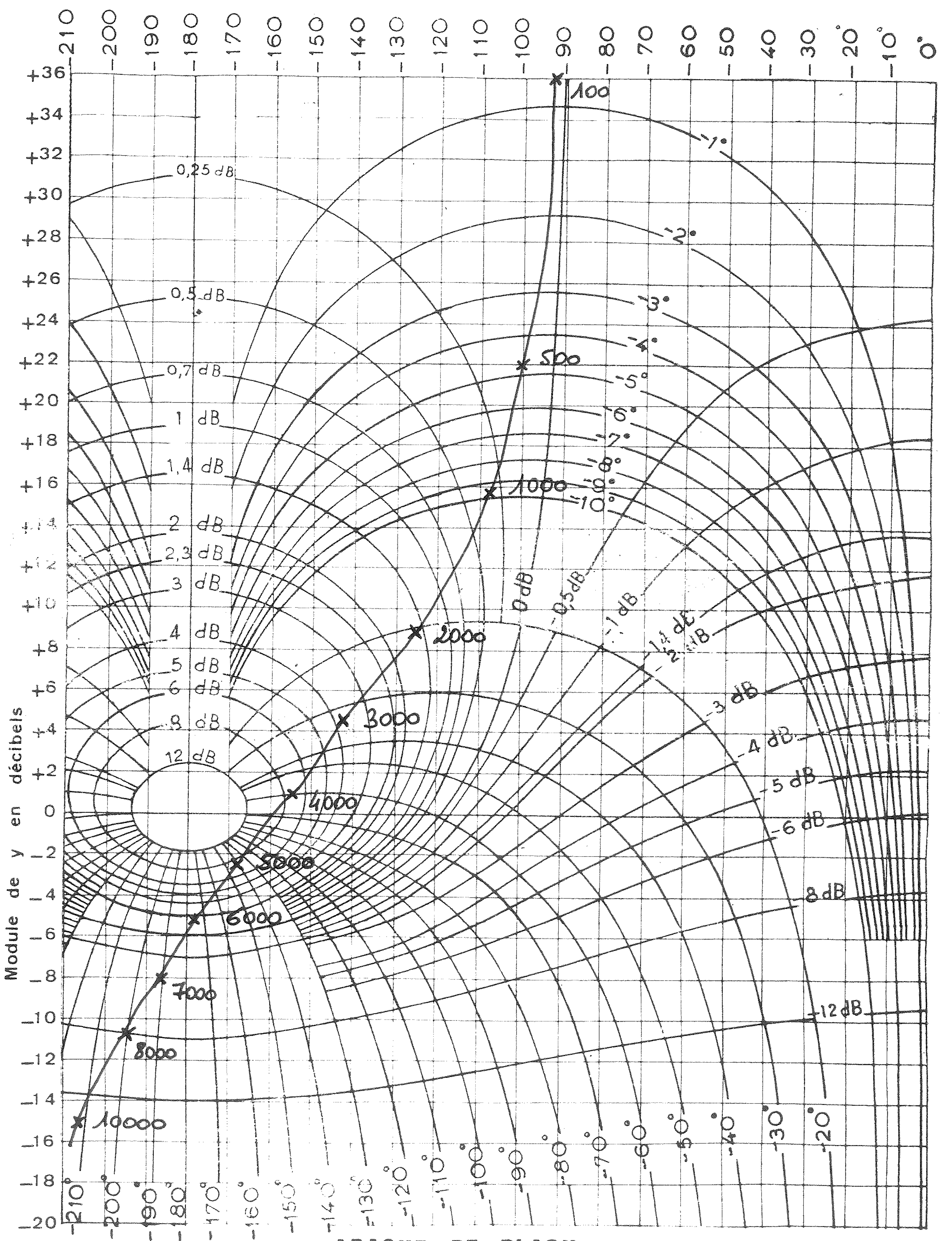
1.4) Donner sa marge de gain.

1.5) Donner sa fréquence de coupure à -3 dB.

1.6) Le système en BF présente-t-il une résonance ? Si oui, donner la valeur de la fréquence de résonance ainsi que le gain maximal pour cette fréquence.

1.7) Conclure sur les performances du système.

1. Attention : le lieu de transfert est gradué en pulsations (rad/s).



ABAQUE DE BLACK

D'APRES GILLE, DECAULNE, PELEGRIN Théorie et calcul des asservissements linéaires

Exercice N° 2 :

On considère le système de la figure 1-a qui correspond à un processus continu en boucle ouverte.

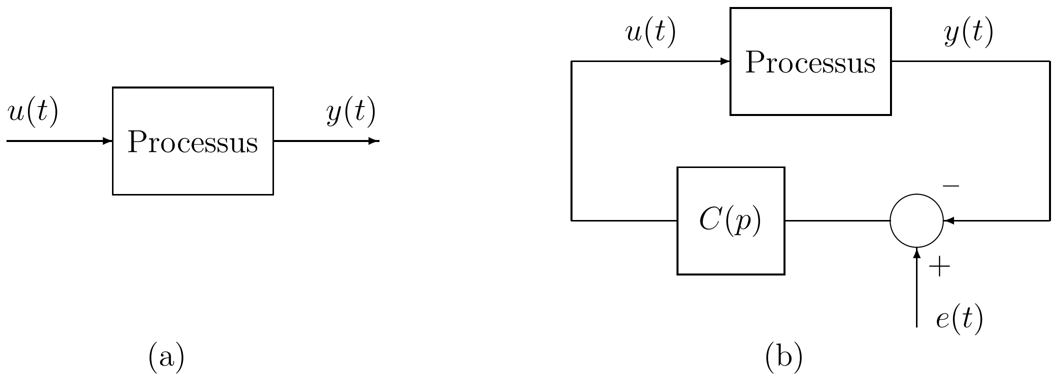


FIG. 1 – *(a) Processus continu en boucle ouverte - (b) Processus continu dans une boucle analogique d'asservissement*

Le processus étudié a pour fonction de transfert $G(p) = \dfrac{1}{p^2}$.

Dans un premier temps, on envisage de piloter le système par une boucle d'asservissement analogique (cf. figure 1-b) et une **commande proportionnelle**.

2.1) Expliquer pourquoi cette façon de procéder est vouée à l'échec.

Dans un deuxième temps, plutôt que de poursuivre dans la voie «commande analogique», on décide de piloter le processus continu par une boucle numérique d'asservissement selon le schéma de la figure 2.
On choisit une fréquence d'échantillonnage de $1\,Hz$.

Le correcteur numérique choisi a pour fonction de transfert :

$$C(z) = 0{,}374\,\frac{z - 0{,}85}{z}$$

2.2) À partir de l'expression du correcteur numérique utilisé, donner l'équation récurrente permettant de calculer les échantillons de commande numérique $u(kT)$.

2.3) Calculer la fonction de transfert en Z du **processus numérique équivalent** au processus continu $G(p)$ muni de son BOZ et échantillonné à la période T (cf. figure 3).

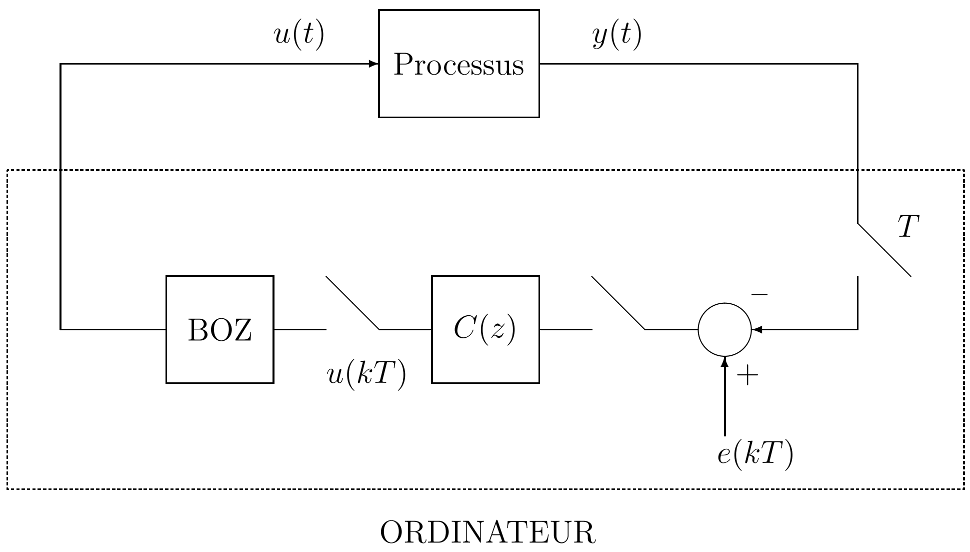


FIG. 2 – *Processus continu dans une boucle numérique d'asservissement*

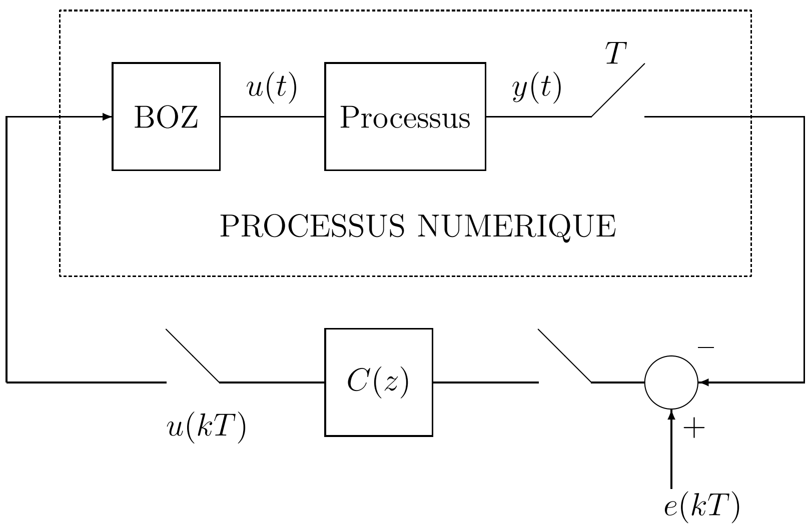


FIG. 3 – *Processus continu dans une boucle numérique d'asservissement*

2.4) En déduire la fonction de transfert numérique $\dfrac{Y(z)}{E(z)}$ en boucle fermée.
Donner son gain statique (justifier le résultat).

Exercice N° 3 :

On considère le système de fonction de transfert :

$$T(p) = \frac{K}{(1 + \tau\, p)^3}$$

avec :

$$K = 5 \qquad , \qquad \tau = \frac{1}{2\pi\, f_c} \qquad \text{et} \qquad f_c = 1000Hz$$

On envisage de piloter ce système en l'insérant dans une boucle fermée.

3.1) Calculer de façon analytique la marge de phase du système en boucle fermée.

3.2) Que peut-on dire sur la précision du système en boucle fermée ?

On calcule un correcteur PI analogique de fonction de transfert :

$$C(p) = 1 + \frac{1}{10\tau\, p}$$

On décide finalement d'implanter ce correcteur dans une boucle de commande numérique suivant le schéma de la figure 2.

3.3) Calculer l'équation récurrente à programmer dans le calculateur pour réaliser la commande PI souhaitée.

Exercice N° 4 :

Calculer le signal numérique $x(k)$ solution de l'équation suivante :

$$x(k+2) + 3\,x(k+1) + 2\,x(k) = 0 \qquad \text{avec} \qquad x(0) = 0 \quad , \quad x(1) = 1$$