

AUTOMATIQUE
ANALYSE ET COMMANDE DES SYSTEMES LINEAIRES CONTINUS
FORMULAIRE SUCCINCT

1 Formules générales

$$z = a + jb \quad \begin{cases} \varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) & \text{si } a > 0 \\ \varphi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \pm 180^\circ & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

$$T(p) = \frac{S^*(p)}{E^*(p)} \quad ; \quad G(w) = |T(jw)| \quad ; \quad \varphi(w) = \text{Arg}[T(jw)]$$

$$X_{dB} = 20 \log(X) \quad ; \quad X = 10^{\frac{X_{dB}}{20}}$$

$\times \sqrt{2}$	+3dB	$\div \sqrt{2}$	-3dB
$\times 2$	+6dB	$\div 2$	-6dB
$\times 10$	+20dB	$\div 10$	-20dB
$\times 100$	+40dB	$\div 100$	-40dB

$$\text{TVF} : f(t = +\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p F(p)$$

2 1er ordre

$$tr_{5\%} = 3\tau \quad ; \quad tr_{1\%} = 5\tau \quad ; \quad s^*(\tau) = 63\% \times s^*(+\infty)$$

$$G\left(w = \frac{1}{\tau}\right) = \frac{K}{\sqrt{2}} \quad (G_{dB} = K_{dB} - 3\text{dB}) \quad ; \quad \varphi\left(w = \frac{1}{\tau}\right) = -45^\circ$$

3 2e ordre

$$w_p = w_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad ; \quad w_r = w_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

$$D1\% = \frac{s_{max}^* - s^*(+\infty)}{s^*(+\infty)} = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad ; \quad \xi = \sqrt{\frac{\ln^2 D1\%}{\pi^2 + \ln^2 D1\%}}$$

$$t_{pic} = \frac{\pi}{w_p} = \frac{T_p}{2} \quad ; \quad tr_{5\%} \simeq \frac{3}{w_n \xi} \quad (\text{voir abaque pour } \xi > 0,7)$$

$$G(w) = \frac{K}{\sqrt{(1-u^2)^2 + 4\xi^2 u^2}} \quad \text{avec} \quad u = \frac{w}{w_n}$$

$$\tan(\varphi) = \frac{-2\xi u}{1-u^2}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{1-u^2}{\sqrt{(1-u^2)^2 + 4\xi^2 u^2}} \quad ; \quad \sin(\varphi) = \frac{-2\xi u}{\sqrt{(1-u^2)^2 + 4\xi^2 u^2}}$$

$$G(w_n) = \frac{K}{2\xi} \quad ; \quad \varphi(w_n) = -90^\circ$$

$$Q = \frac{G(w_r)}{K} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad ; \quad 4\xi^4 - 4\xi^2 + \left(\frac{1}{Q}\right)^2 = 0 \quad \text{équation bicarrée}$$

4 Systèmes asservis

$$\varepsilon(p) = E(p) - S(p) = E(p)(1 - \text{FTBF})$$

Pour un système asservi à retour unitaire stable,

$$\begin{cases} \text{FTBO de classe 0 : } \varepsilon_p(+\infty) = \frac{\varepsilon_0}{1+K_{\text{FTBO}}} & \varepsilon_v(+\infty) = \infty \\ \text{FTBO de classe 1 : } \varepsilon_p(+\infty) = 0 & \varepsilon_v(+\infty) = \frac{\varepsilon_0}{K_{\text{FTBO}}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} |\text{FTBO}(jw_0)| = 1 \quad (0 \text{ dB}) \\ M_p = \varphi(w_0) + 180^\circ \end{cases} \quad \begin{cases} \varphi(w_1) = -180^\circ \\ M_{g_{dB}} = -|\text{FTBO}(jw_1)|_{dB} \end{cases}$$

5 Abaque du $tr_{5\%}$ pour un 2e ordre

